

科目名	基礎数学B及び演習	対象	1M, 1E	学部 研究科	工学部第一部	学科 専攻科	M	学類 番号	評点
平成16年7月20日(水)	2回目(～時限)	相当	陳 耽珩	学年	1	氏名			
試験時間	70分	注意事項	1. 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照・持込可						

問1.  $t$  をパラメーターとする次の曲線群  $x^2 = 3tz - y^2 - t^3$  の包絡線を求めよ。(10点)

$$f(x, y, t) = 3tx - y^2 - t^3 = 0 \dots ①$$

$$f_t(x, y, t) = 3x - 3t^2 = 0 \dots ②$$

$$x = t^2 \quad t = \pm \sqrt{x}$$

$$① \wedge ② \quad 3t^3 - y^2 - t^3 = 0$$

$$y^2 = 2t^3 = 2t^2 \cdot t$$

$$= \pm 2x\sqrt{x}$$

包絡線:

$$y^2 = \pm 2x\sqrt{x}$$

問2. 曲線  $y = \sin x$  上の点  $(x, y)$  における曲率半径を求めよ。(10点)

$$\frac{dy}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\sin x$$

$$\rho = \frac{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}$$

$$= \frac{\{1 + \cos^2 x\}^{\frac{3}{2}}}{\sin x}$$

曲率半径 =

$$\frac{(1 + \cos^2 x)^{\frac{3}{2}}}{\sin x}$$

問3. 点  $(2, 3, 5)$  における曲面  $xyz = 30$  の接平面, 法線を求めよ。(10点)

$$f(x, y, z) = xyz - 30$$

$$f_x = yz \Rightarrow f_x = 15$$

$$f_y = xz \Rightarrow f_y = 10$$

$$f_z = xy \Rightarrow f_z = 6$$

$$15(x-2) + 10(y-3) + 6(z-5) = 0$$

$$15x + 10y + 6z = 90$$

$$\frac{x-2}{15} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-5}{6}$$

$$\text{接平面: } 15x + 10y + 6z = 90$$

$$\text{法線: } \frac{x-2}{15} = \frac{y-3}{10} = \frac{z-5}{6}$$

問4. 原点から曲面  $z^2 = xy + x - y + 5$  上の点までの距離の最小値を求めよ。(15点)

距離  $z, t, y, z, y$

$$t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$F(x, y, z, \lambda) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - \lambda(xy + x - y - z^2 + 5)$$

$$F_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \lambda(y+1) = 0 \dots ①$$

$$F_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \lambda(x-1) = 0 \dots ②$$

$$F_z = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \lambda(-2z) = 0 \dots ③$$

$$F_\lambda = xy + x - y - z^2 + 5 = 0 \dots ④$$

$$① \text{ より } \frac{x}{y} = \frac{y+1}{x-1} \quad x^2 - x - y^2 - y = (x+y)(x-y) - (x+y)$$

$$= (x+y)(x-y-1) = 0 \dots ⑤$$

$$② \text{ より } \frac{y}{z} = \frac{x-1}{-2z} \quad -2y = x-1 \quad x+2y-1=0 \dots ⑥$$

$$⑤ \text{ より } x=-y \text{ かつ } x=\frac{1}{2}, x=-\frac{1}{2}, z=\pm\sqrt{2} \Rightarrow t=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

$$⑥ \text{ より } x-y-1=0 \text{ かつ } y=0, x=1, z=0 \Rightarrow t=\sqrt{15} > \sqrt{2}$$

$(x, y, z) = (-1, 1, \pm\sqrt{2})$  のとき, 最小値 = 2

10

