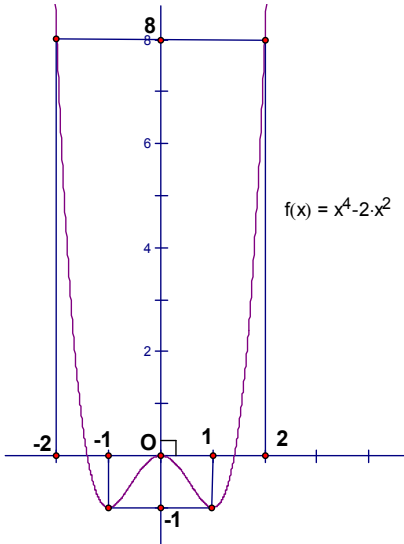


(Đề thi gồm 01 trang)

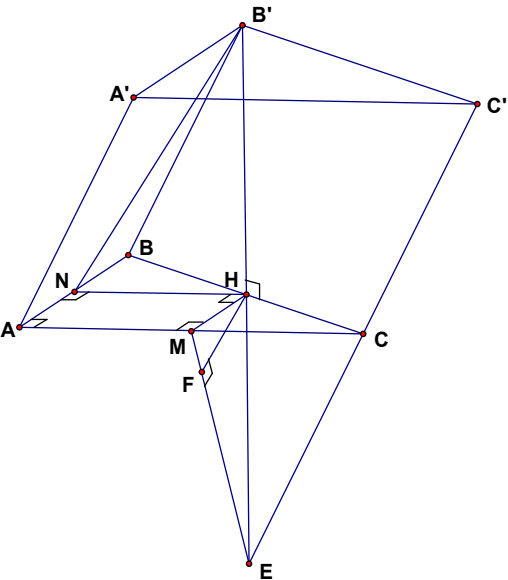
**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ .**Câu 2 (1,0 điểm).** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+2)x + m - 1$  có hai điểm cực trị.**Câu 3 (1,0 điểm).**a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$ . Tìm môđun của số phức  $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ .b) Giải bất phương trình  $1 + \log_{\sqrt{2}}(x-1) \leq \log_2(x^2 + x - 4)$ .**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_1^e \frac{(x^2 + 1) \ln x}{x} dx$ .**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - 4y + z - 7 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ . Tìm tọa độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$  và viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  chứa đường thẳng  $d$  đồng thời vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .**Câu 6 (1,0 điểm).**a) Giải phương trình  $\sin 2x + \cos 2x + 1 = 4 \cos x$ 

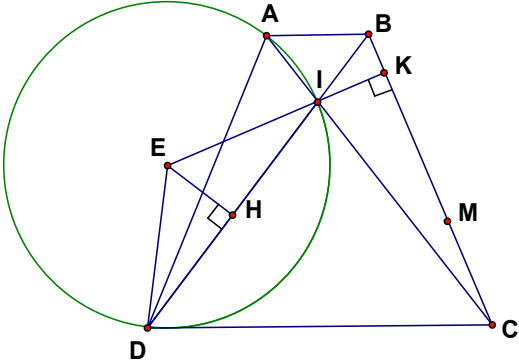
b) Trong đợt tham quan thực tế khu di tích Xẻo Quýt, Đoàn trường THPT Cao Lãnh 2 cử 30 đoàn viên xuất sắc của 3 khối tham gia. Khối 12 có 6 nam và 4 nữ, khối 11 có 5 nam và 5 nữ, khối 10 có 4 nam và 6 nữ. Chọn mỗi khối 1 đoàn viên làm nhóm trưởng, tính xác suất để trong 3 em làm nhóm trưởng có cả nam và nữ.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh  $AB = 3a, BC = 5a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $B'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABB'A')$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và khoảng cách từ điểm  $B'$  đến mặt phẳng  $(ACC'A')$ .**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình thang cân  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) có đỉnh  $A(2; -1)$ . Giao điểm hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  là điểm  $I(1; 2)$ . Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ADI$  có tâm là  $E\left(-\frac{27}{8}; -\frac{9}{8}\right)$ . Biết đường thẳng  $BC$  đi qua điểm  $M(9; -6)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B, D$  biết điểm  $B$  có tung độ nhỏ hơn 3.**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải bất phương trình  $\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} \leq \frac{2\sqrt{9-x}}{x}$ .**Câu 10 (1,0 điểm).** Giải sử  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $a+b+c=1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} - \frac{3}{4}(a+b)^2$ ./. **Hết.**Cảm ơn thầy Nguyễn Hữu Tài ( [huutaidt@gmail.com](mailto:huutaidt@gmail.com) ) đã chia sẻ đến [www.laisac.page.fl](http://www.laisac.page.fl)

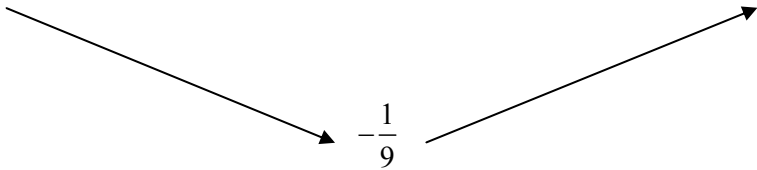
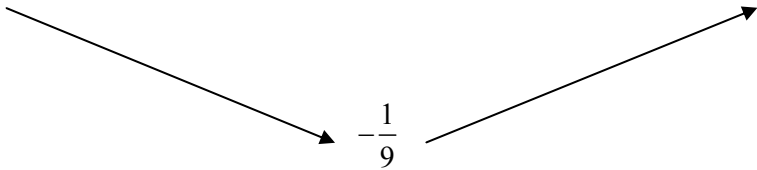
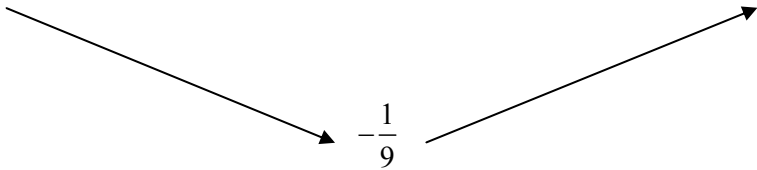
Câu	Đáp án	Điểm																										
1 (1,0đ)	<ul style="list-style-type: none"><li>Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math>.</li><li>Sự biến thiên</li></ul> <p>Chiều biến thiên <math>y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)</math>, <math>y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}</math>.</p>	0,25																										
	<p>Hàm số nghịch biến trên các khoảng <math>(-\infty; -1)</math> và <math>(0; 1)</math>. Đồng biến trên các khoảng <math>(-1; 0)</math> và <math>(1; +\infty)</math></p> <p>Cực trị: hàm số đạt cực trị tại <math>x = \pm 1</math>, <math>y_{CT} = -1</math>, đạt cực đại tại <math>x = 0</math>, <math>y_{CD} = 0</math>.</p> <p>Giới hạn tại vô cực: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty</math>; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty</math>.</p>	0,25																										
	<p>Bảng biến thiên:</p> <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td><math>\swarrow</math></td><td>-1</td><td><math>\nearrow</math></td><td>0</td><td><math>\searrow</math></td><td>-1</td><td><math>\nearrow</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$		$\swarrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																						
y'		-	0	+	0	-	0	+																				
y	$+\infty$		$\swarrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$																		
<ul style="list-style-type: none"><li>Đồ thị:</li></ul> 	0,25																											
2 (1,0đ)	TXĐ: $D = \mathbb{R}$	0,25																										
	Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3m + 6$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m + 2 = 0 (*)$  Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt	0,25																										

	hay $\Delta' = m^2 - m - 2 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow m < -1$ hoặc $m > 2$	0,25
<b>3</b> <b>(1,0đ)</b>	a) Ta có $(1+i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3+i)z = -1+3i$ suy ra $z = \frac{-1+3i}{3+i} = \frac{(-1+3i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = i$	0,25
	$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$ . Nên $ w  = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$	0,25
	b) Điều kiện $x > \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$  Bất phương trình đã cho tương đương với $\log_2 2 + \log_2 (x-1)^2 \leq \log_2 (x^2 + x - 4) \Leftrightarrow \log_2 (2x^2 - 4x + 2) \leq \log_2 (x^2 + x - 4)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 \leq x^2 + x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0$ $\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$  Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $2 \leq x \leq 3$ .	0,25
<b>4</b> <b>(1,0đ)</b>	$I = \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x} dx = \int_1^e x \ln x dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$	0,25
	$A = \int_1^e x \ln x dx$ . Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$  suy ra $A = \left( \frac{x^2 \ln x}{2} \right) \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \left( \frac{x^2 \ln x}{2} \right) \Big _1^e - \left( \frac{x^2}{4} \right) \Big _1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$	0,25
	$B = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ . Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$ ; $x=1 \Rightarrow t=0$ ; $x=e \Rightarrow t=1$  $B = \int_0^1 t dt = \left( \frac{t^2}{2} \right) \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x} dx = \frac{e^2 + 3}{4}$	0,25
<b>5</b> <b>(1,0đ)</b>	Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (3;2;1)$  Mặt phẳng $(P)$ có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (3;-4;1)$  Gọi $M = d \cap (P)$ . Vì $M \in d$ nên $M(1+3t;2+2t;3+t)$  Suy ra $M \in (P) \Leftrightarrow 3(1+3t) - 4(2+2t) + (3+t) - 7 = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow t = \frac{9}{2} \Leftrightarrow M\left(\frac{29}{2}; 11; \frac{15}{2}\right)$	0,25
	Mặt phẳng $(Q)$ chứa $d$ và vuông góc với $(P)$ nên $(Q)$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (6; 0; -18)$	0,25
	$(Q)$ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có VTPT $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (6; 0; -18)$ có phương trình là $x - 3z + 8 = 0$	0,25
6 (1,0đ)	a) $\sin 2x + \cos 2x + 1 = 4 \cos x \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x - 4 \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x + \cos x - 2) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = 2 \text{ (VN do } 1^2 + 1^2 < 2^2) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$  Vậy nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
	b) Chọn ngẫu nhiên mỗi khối 1 đoàn viên, ta có số phần tử không gian mẫu là: $C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 = 1000$  Gọi biến cố $A$ “Trong 3 em làm nhóm trưởng có cả nam và nữ” Khi đó $\bar{A}$ “Trong 3 em làm nhóm trưởng chỉ có nam hoặc nữ”	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$ là: $C_6^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 = 240$  Xác suất biến cố $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = \frac{240}{1000} = 0,24$  Suy ra xác suất biến cố $A$ là: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,24 = 0,76$	0,25
7 (1,0đ)	 <p>Gọi <math>H, N</math> lần lượt là trung điểm của cạnh <math>BC</math> và <math>AB</math></p> <p>Ta có <math>B'H \perp (ABC)</math> và <math>HN \perp AB</math>. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng <math>(ABB'A')</math> và <math>(ABC)</math> là <math>\widehat{B'NH} = 60^\circ</math>.</p>	0,25
	$\Delta ABC$ vuông tại $A$ , có $AB = 3a, BC = 5a$ . Suy ra $AC = 4a \Rightarrow HN = 2a$  $\Delta B'HN$ vuông tại $H$ có $\widehat{B'NH} = 60^\circ, HN = 2a$ . Suy ra	0,25

	$\tan \widehat{B'NH} = \frac{B'H}{HN} = \sqrt{3} \Rightarrow B'H = 2a\sqrt{3}$ <p>Thể tích khối lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math> là: <math>V_{ABC.A'B'C'} = B'H.S_{ABC} = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{3a \cdot 4a}{2} = 12\sqrt{3}a^3</math> (đvtt)</p>	
	<p>Gọi <math>E</math> là giao điểm của <math>B'H</math> và <math>CC'</math> nên <math>H</math> là trung điểm của <math>B'E</math>, Gọi <math>M</math> là trung điểm của <math>AC</math>, <math>F</math> là hình chiếu của <math>H</math> lên <math>ME</math></p> <p>Ta có: <math>HF \perp ME</math> (1)</p> <p><math>AC \perp MH; AC \perp B'H \Rightarrow AC \perp HF</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>HF \perp (ACC'A') \Rightarrow d(H, (ACC'A')) = HF = \frac{1}{2}d(B', (ACC'A'))</math></p>	0,25
	$HM = \frac{1}{2}AB = \frac{3a}{2}; HE = B'H = 2\sqrt{3}a$ $\Delta MHE \text{ vuông tại } H \text{ có đường cao } HF; HF = \frac{HM \cdot HE}{\sqrt{HM^2 + HE^2}} = \frac{6a\sqrt{19}}{19}$ $d(B', (ACC'A')) = 2HF = \frac{12a\sqrt{19}}{19} \text{ (đvdd)}$	0,25
8 (1,0đ)	 <p>Gọi <math>H</math> là trung điểm của <math>DI</math> và <math>K</math> là giao điểm của <math>EI</math> và <math>BC</math></p> <p>Ta chứng minh <math>EK \perp BC</math>.</p> <p>Thật vậy ta có <math>EH \perp DI</math>, góc <math>\widehat{DBC} = \widehat{DAC}</math> (tính chất hình thang cân)</p> <p><math>\widehat{DAC} = \widehat{IEH}</math> (góc ở tâm), suy ra <math>\widehat{DBC} = \widehat{IEH}</math></p> <p>Mặt khác <math>\widehat{EIH} = \widehat{BIK}</math> (đối đỉnh). Do đó</p> $\widehat{BIK} = 90^\circ \Rightarrow EK \perp BC$	0,25
	<p>Ta có <math>\overrightarrow{EI} = \left(\frac{35}{8}; \frac{25}{8}\right)</math>, <math>BC: 7x + 5y - 33 = 0</math></p> <p><math>\overrightarrow{AI} = (-1; 3)</math>, <math>AC: 3x + y - 5 = 0</math></p> <p>Tọa độ điểm <math>C</math> là nghiệm của hệ phương trình <math>\begin{cases} BC: 7x + 5y - 33 = 0 \\ AC: 3x + y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 8)</math></p>	0,25
	<p><math>B \in BC \Rightarrow B\left(\frac{33-5b}{7}\right), b &lt; 3</math>. Ta có <math>IA = IB = \sqrt{10}</math></p> $\Leftrightarrow 37b^2 - 228b + 191 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \text{ (N)} \\ b = \frac{191}{37} \text{ (L)} \end{cases} \Leftrightarrow B(4; 1)$	0,25

	$IC = ID = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow \overline{DI} = 2\overline{IB}$ . Suy ra $D(-5;4)$	0,25
<b>9</b>	Điều kiện $-1 \leq x \leq 9; x \neq 0$	
<b>(1,0đ)</b>	(1) $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x - 2\sqrt{9-x}(x+3+3\sqrt{x+1})}{x(x+3+3\sqrt{x+1})} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2 - 9(x+1) - 2\sqrt{9-x}(x+3+3\sqrt{x+1})}{x(x+3+3\sqrt{x+1})} \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{(x+3+3\sqrt{x+1})(x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x})}{x(x+3+3\sqrt{x+1})} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x}}{x} \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+1}(\sqrt{x+1}-3)+2(1-\sqrt{9-x})}{x} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x-8}{x} \left( \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}+3} + \frac{2}{1+\sqrt{9-x}} \right) \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-8}{x} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 8$ <p>Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là: <math>0 &lt; x \leq 8</math></p>	0,25
<b>10</b>	Áp dụng BDT Côsi	0,25
<b>(1,0đ)</b>	$\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} \geq \frac{a^2}{(b+c)^2 + \frac{5}{4}(b+c)^2} = \frac{4a^2}{9(b+c)^2}$ <p>Tương tự <math>\frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} \geq \frac{4b^2}{9(c+a)^2}</math></p> $\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} \geq \frac{4}{9} \left( \frac{a^2}{(b+c)^2} + \frac{b^2}{(c+a)^2} \right) \geq \frac{2}{9} \left( \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} \right)^2$	
	$= \frac{2}{9} \left( \frac{a^2 + b^2 + c(a+b)}{ab + c(a+b) + c^2} \right)^2 \geq \frac{2}{9} \left( \frac{\frac{(a+b)^2}{2} + c(a+b)}{\frac{(a+b)^2}{4} + c(a+b) + c^2} \right)^2$ $= \frac{2}{9} \left( \frac{2(a+b)^2 + 4c(a+b)}{(a+b)^2 + 4c(a+b) + 4c^2} \right)^2$	0,25
	Vì $a+b+c=1 \Leftrightarrow a+b=1-c$ nên ta có	0,25

$P \geq \frac{2}{9} \left( \frac{2(1-c)^2 + 4c(1-c)}{(1-c)^2 + 4c(1-c) + 4c^2} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2 = \frac{8}{9} \left( 1 - \frac{2}{c+1} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2 \quad (1)$													
Xét hàm số $f(c) = \frac{8}{9} \left( 1 - \frac{2}{c+1} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2, \quad c \in (0;1)$ $f'(c) = \frac{16}{9} \left( 1 - \frac{2}{c+1} \right) \cdot \frac{2}{(c+1)^2} - \frac{3}{2}(c-1)$ $f'(c) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{1}{3}$	<b>0,25</b>												
Bảng biến thiên													
<table><tr><td>c</td><td>0</td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td>1</td></tr><tr><td><math>f'(c)</math></td><td>–</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td><math>f(c)</math></td><td colspan="3"></td></tr></table>	c	0	$\frac{1}{3}$	1	$f'(c)$	–	0	+	$f(c)$				
c	0	$\frac{1}{3}$	1										
$f'(c)$	–	0	+										
$f(c)$													
Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(c) \geq -\frac{1}{9},$ mọi $c \in (0;1) \quad (2)$													
Từ (1) và (2) suy ra $P \geq -\frac{1}{9},$ dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$													
Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{9},$													

**Hết./.**

**Cảm ơn thầy Nguyễn Hữu Tài ( [huutaidt@gmail.com](mailto:huutaidt@gmail.com) ) đã chia sẻ đến [www.laisac.page.tl](http://www.laisac.page.tl)**