

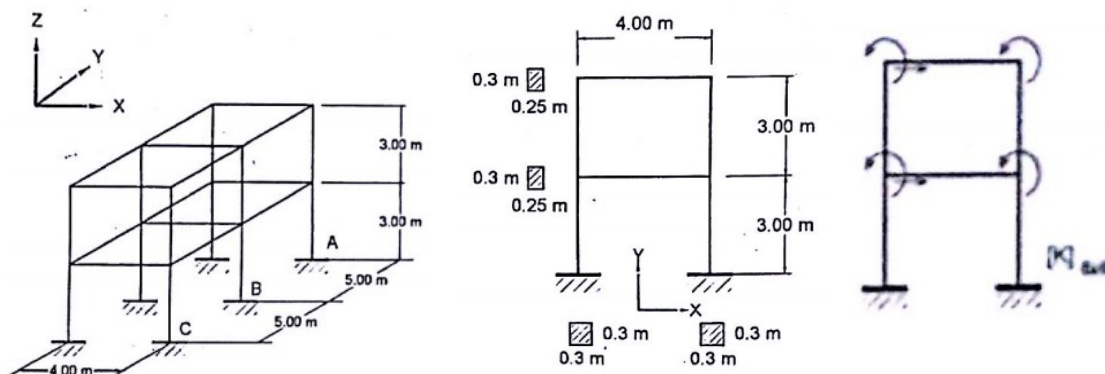


Contraseña del área protegida

Por: Gilmer Calderón Quispe

EJEMPLO N°1

Encontrar la respuesta dinamica en la dirección X al sistema aporticado ilustrado en la figura



SOLUCIÓN:

1) ÁNALISIS EN DIRECCIÓN X

1.o) DATOS DEL PORTICO CARACTERISTICO EN DIRECCIÓN X

Datos de portico $\# := 1$

- Número de nodos : $nod := 6$
- Número de pisos : $np := 2$
- Número de nodos restringidos : $nr := 2$
- Calidad del concreto : $f'c := 210 \frac{kgf}{m^2}$
- Módulo de elasticidad: $E := 150000 \cdot \sqrt{f'c} = 2173706.512 \frac{tonnef}{m^2}$
- Módulo de poisson: $\nu := 0.2$
- Módulo de corte: $G := \frac{E}{2(1+\nu)} = 905711.047 \frac{tonnef}{m^2}$
- Módulo de sección: $\beta := 0$ $E := 20000 \cdot 10^6$
- Longitud en X del edificio: $Lx := 10$ $G := 0.4 E$
- Longitud en Y del edificio: $Ly := 16$
- Pesos por piso: $m := [30000 \ 22000]$ $m := m^T$



2.0) CÁLCULO DE MATRIZ COORDENADAS GENERALIZADAS Y MATRIZ DE VECTOR COLOCACIÓN

Matriz de coordenadas generalizadas:

$$CG = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriz de Vector colocacion:

$$VC = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Datos de la geometria del pórtico # = 1

N	B	H	L	C1	C2
1	0.3	0.3	3	0	0
2	0.3	0.3	3	0	0
3	0.3	0.3	3	0	0
4	0.3	0.3	3	0	0
5	0.25	0.3	4	0	0
6	0.25	0.3	4	0	0

$$nombre = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 4 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cálculo de matrices del portico # = 1

Matriz rigidez de la columna para direccion elementos : 1 2 3 y 4

$$Kc_1 = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez de todas las vigas transversales elemetos :5 y6

$$Kc_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11250000 & 0 & 5625000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5625000 & 0 & 11250000 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez del pórtico # = 1

$$SS = \begin{bmatrix} 24000000 & -12000000 & 0 & 0 & -9000000 & -9000000 \\ -12000000 & 12000000 & 9000000 & 9000000 & 9000000 & 9000000 \\ 0 & 9000000 & 47250000 & 5625000 & 9000000 & 0 \\ 0 & 9000000 & 5625000 & 47250000 & 0 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 0 & 29250000 & 5625000 \\ -9000000 & 9000000 & 0 & 9000000 & 5625000 & 29250000 \end{bmatrix}$$



Condensación estática de la matriz rigidez del portico

$$\begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} := \left\| \begin{array}{l} na \leftarrow np \\ nb \leftarrow ngl - np \\ Kaa \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, 1, na) \\ Kab \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, na + 1, ngl) \\ Kba \leftarrow Kab^T \\ Kbb \leftarrow \text{submatrix}(SS, na + 1, ngl, na + 1, ngl) \\ KL \leftarrow Kaa - Kab \cdot Kbb^{-1} \cdot Kba \\ \begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} \end{array} \right\|$$

$$Kaa = \begin{bmatrix} 24000000 & -12000000 \\ -12000000 & 12000000 \end{bmatrix}$$

$$Kbb = \begin{bmatrix} 47250000 & 5625000 & 9000000 & 0 \\ 5625000 & 47250000 & 0 & 9000000 \\ 9000000 & 0 & 29250000 & 5625000 \\ 0 & 9000000 & 5625000 & 29250000 \end{bmatrix}$$

$$Kab = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -9000000 & -9000000 \\ 9000000 & 9000000 & 9000000 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Matriz Rigidez Lateral del portico $\# = 1$

$$KL = \begin{bmatrix} 19141421.3927 & -7968413.4961 \\ -7968413.4961 & 5590811.1989 \end{bmatrix}$$

$$KLx := [KL \quad KL \quad KL]$$

$$K_E := \sum_{j=1}^{\text{cols}(KLx)} KLx_{1,j}$$

$$K_E = \begin{bmatrix} 57424264.178 & -23905240.4882 \\ -23905240.4882 & 16772433.5966 \end{bmatrix}$$

3.o) CÁLCULO DE LA MATRIZ MASA

$$M := \text{diag}(m) = \begin{bmatrix} 30000 & 0 \\ 0 & 22000 \end{bmatrix}$$

4.o) CÁLCULO DE LOS MODOS Y FRECUENCIAS

$$G := M^{-1} \cdot K_E \quad \omega^2 := \text{sort}(\text{eigenvals}(G)) = \begin{bmatrix} 243.966 \\ 2432.56 \end{bmatrix}$$

Frecuencias

Periodos

$$\omega := \sqrt{\omega^2} = \begin{bmatrix} 15.6194 \\ 49.321 \end{bmatrix}$$

$$T := \frac{2\pi}{\omega} = \begin{bmatrix} 0.4023 \\ 0.1274 \end{bmatrix}$$



Modos

```

 $\phi := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 2 \dots \text{rows}(T) \\ \left\| \phi^{(i)} \leftarrow \text{eigenvec}(G, \omega_{i,1}^2) \right\| \\ \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \left\| \text{if } \max(\phi^{(j)}) > |\min(\phi^{(j)})| \right\| \\ \left\| n \leftarrow \max(\phi^{(j)}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| n \leftarrow \min(\phi^{(j)}) \right\| \\ \text{for } k \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \left\| \phi_{k,j} \leftarrow \frac{\phi_{k,j}}{n} \right\| \\ \text{return } \phi \end{array} \right\|$ 

```

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.477 & 1 \\ 1 & -0.651 \end{bmatrix}$$

Normalizando los modos

```

 $\Phi := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\phi) \\ \left\| \text{for } j \in 1 \dots \text{cols}(\phi) \right\| \\ \left\| \phi_{i,j} \leftarrow \frac{\phi_{i,j}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\text{rows}(m)} m_n \cdot \phi_{n,j}^2}} \right\| \\ \Phi \end{array} \right\|$ 

```

Se normaliza con respecto a su masa

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0028099 & 0.0050436 \\ 0.0058896 & -0.0032813 \end{bmatrix}$$

5.o) DETERMINACIÓN DE LAS ECUACIONES DESACOPLADAS

$$[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi] \cdot [Z''] + [K] \cdot [\Phi] \cdot [Z] = -[M] \cdot [1] \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Por propiedad de ortogonalidad

Coefficiente de participación modal

$$w_2 := \Phi^T \cdot K_E \cdot \Phi = \begin{bmatrix} 243.9655 & 0 \\ 0 & 2432.5599 \end{bmatrix}$$

$$i := 1 \dots \text{rows}(m) \quad I_{i,1} := 1$$

$$\Gamma := \Phi^T \cdot M \cdot I = \begin{bmatrix} 213.8698 \\ 79.1185 \end{bmatrix}$$

Ecuación desacoplada sin amortiguación

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \end{bmatrix} + w_2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Ecuación desacoplada con amortiguación

$$\xi := 5\%$$

$$\zeta := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \left\| \zeta_{i,1} \leftarrow 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{w_{i,i}^2} \right\| \\ \zeta \end{array} \right\| \quad \zeta = \begin{bmatrix} 1.5619 \\ 4.9321 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} 243.9655 & 0 \\ 0 & 2432.5599 \end{bmatrix}$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} 1.5619 \\ 4.9321 \end{bmatrix}$$

- - - - -



$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \end{bmatrix} + \zeta \begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \end{bmatrix} + w2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t) \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 213.8698 \\ 79.1185 \end{bmatrix}$$

6.o) DETERMINACIÓN DE LOS MAXIMOS VALORES DE Zi

Cálculo de S_d de acuerdo a la norma NSR-98

Aceleración pico	$A_0 := 0.25$	Coficiente de importancia	$I := 1$
Coficiente de sitio	$S := 1.2$	Gravedad	$g := 10$

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_d \\ z \end{bmatrix} := \begin{array}{l} T_c \leftarrow 0.48 S \\ T_l \leftarrow 2.4 S \\ T_0 \leftarrow 0.3 S \\ \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \quad T_f \leftarrow T_{i,1} \\ \quad \text{if } T_0 < T_f < T_c \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow 2.5 A_0 \cdot I \cdot g \\ \quad \text{else if } T_c < T_f < T_l \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow \frac{1.2 \cdot S \cdot A_0 \cdot I \cdot g}{T_f} \\ \quad \text{else if } T_f > T_l \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow \frac{A_0 \cdot I \cdot g}{2} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow A_0 \cdot I \cdot (1 + 5 T_f) \cdot g \\ \quad \quad S_{d_{i,1}} \leftarrow \frac{S_{a_{i,1}}}{\omega_{2_{i,1}}} \\ \quad \quad z_{i,1} \leftarrow S_{d_{i,1}} \cdot |\Gamma_{i,1}| \end{array}$$

Periodo: $T = \begin{bmatrix} 0.4023 \\ 0.1274 \end{bmatrix}$

Eigenvalores: $\omega_2 = \begin{bmatrix} 243.9655 \\ 2432.5599 \end{bmatrix}$

Espectro de aceleración: $S_a = \begin{bmatrix} 6.25 \\ 4.0924 \end{bmatrix}$

Espectro de desplazamiento: $S_d = \begin{bmatrix} 0.0256 \\ 0.0017 \end{bmatrix}$

Desplazamientos máximos: $z = \begin{bmatrix} 5.479 \\ 0.1331 \end{bmatrix}$

7.o) DETERMINACIÓN DE LOS DESPLAZZAMIENTOS MÁXIMOS DE LA ESTRUCTURA PARA CADA MODO

Desplazamientos traslacionales

$$D_t := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad D_t^{(i)} \leftarrow \Phi^{(i)} \cdot z_{i,1} \end{array}$$

Modo 1 $D_t^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.0153956 \\ 0.0322692 \end{bmatrix}$ Modo 2 $D_t^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.0006713 \\ -0.0004368 \end{bmatrix}$



Desplazamientos Rotacionales

$$\theta := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad \theta^{(i)} \leftarrow -Kbb^{-1} \cdot Kab^T \cdot D_t^{(i)} \\ \text{return } \theta \end{array}$$

Modo 1

$$\theta^{(1)} = \begin{bmatrix} -4.9697 \\ -4.9697 \\ -3.072 \\ -3.072 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Modo 2

$$\theta^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.2685 \\ 0.2685 \\ 2.7903 \\ 2.7903 \end{bmatrix} 10^{-4}$$

Desplazamientos totales para cada modo

$$\delta t := \begin{array}{l} \text{for } k \in 1 \dots \text{rows}(\Phi) \\ \quad \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(D_t) \\ \quad \quad \delta t_{i,k} \leftarrow D_{t_{i,k}} \\ \quad \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(\theta) \\ \quad \quad \quad \delta t_{j+np,k} \leftarrow \theta_{j,k} \\ \text{return } \delta t \end{array}$$

Modo 1

$$\delta t^{(1)} = \begin{bmatrix} 15.3956 \\ 32.2692 \\ -4.9697 \\ -4.9697 \\ -3.072 \\ -3.072 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Modo 2

$$\delta t^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.6713 \\ -0.4368 \\ 0.0268 \\ 0.0268 \\ 0.279 \\ 0.279 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

8.o) DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS EN CADA ELEMENTO

Deformaciones locales

$$\mu := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\delta t) \\ \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(VC) \\ \quad \quad \text{for } k \in 1 \dots \text{cols}(VC) \\ \quad \quad \quad r \leftarrow VC_{j,k} \\ \quad \quad \quad \text{if } r = 0 \\ \quad \quad \quad \quad \lambda_{k,1} \leftarrow 0 \\ \quad \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \quad \lambda_{k,1} \leftarrow \delta t_{r,i} \\ \quad \quad \quad p^{(j)} \leftarrow \lambda \\ \quad \quad q_{1,i} \leftarrow p \\ \text{return } q \end{array}$$

$$F := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\mu) \\ \quad d \leftarrow \mu_{1,i} \\ \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(VC) \\ \quad \quad f_{j,i} \leftarrow Kc_j \cdot d^{(j)} \\ \text{return } f \end{array}$$

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 1$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$u_{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\mu_{1,\rho} = \begin{bmatrix} 0.0154 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -47646.1153 \\ 93833.0166 \\ 47646.1153 \\ 49105.3293 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.3956 \\ -4.9697 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -47646.1153 \\ 93833.0166 \\ 47646.1153 \\ 49105.3293 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.3956 \\ -4.9697 \\ 32.2692 \\ -3.072 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -28866.0944 \\ 34759.0844 \\ 28866.0944 \\ 51839.1989 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.3956 \\ -4.9697 \\ 32.2692 \\ -3.072 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -28866.0944 \\ 34759.0844 \\ 28866.0944 \\ 51839.1989 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11250000 & 0 & 5625000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5625000 & 0 & 11250000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.3956 \\ -4.9697 \\ 15.3956 \\ -4.9697 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -83864.4137 \\ 0 \\ -83864.4137 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 6$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11250000 & 0 & 5625000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5625000 & 0 & 11250000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 32.2692 \\ -3.072 \\ 32.2692 \\ -3.072 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -51839.1989 \\ 0 \\ -51839.1989 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0007 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4269.5754 \\ 6283.5491 \\ 4269.5754 \\ 6525.1771 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

$$\begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \end{bmatrix}$$



Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.6713 \\ 0.0268 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4269.5754 \\ 6283.5491 \\ 4269.5754 \\ 6525.1771 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6713 \\ 0.0268 \\ -0.4368 \\ 0.279 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 3895.6108 \\ -6978.2297 \\ -3895.6108 \\ -4708.6028 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6713 \\ 0.0268 \\ -0.4368 \\ 0.279 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 3895.6108 \\ -6978.2297 \\ -3895.6108 \\ -4708.6028 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11250000 & 0 & 5625000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5625000 & 0 & 11250000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\begin{bmatrix} 0.6713 \end{bmatrix}$$



$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.0268 \\ 0.6713 \\ 0.0268 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 453.0525 \\ 0 \\ 453.0525 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 6$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11250000 & 0 & 5625000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5625000 & 0 & 11250000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.4368 \\ 0.279 \\ -0.4368 \\ 0.279 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4708.6028 \\ 0 \\ 4708.6028 \end{bmatrix}$$

1) ANÁLISIS EN DIRECCIÓN Y

1.o) DATOS DEL PORTICO CARACTERISTICO EN DIRECCIÓN Y

Datos de portico $\# := 1$

- Número de nodos : $nod := 9$
- Número de pisos : $np := 2$
- Número de nodos restringidos : $nr := 3$
- Calidad del concreto : $f'_c := 210 \frac{kgf}{m^2}$
- Módulo de elasticidad: $E := 150000 \cdot \sqrt{f'_c} = 2173706.512 \frac{tonnef}{m^2}$
- Módulo de poisson: $\nu := 0.2$
- Módulo de corte: $G := \frac{E}{2(1+\nu)} = 905711.047 \frac{tonnef}{m^2}$
- Módulo de sección: $\beta := 0$ $E := 20000 \cdot 10^6$
- Longitud en X del edificio: $Lx := 10$ $G := 0.4 E$
- Longitud en Y del edificio: $Ly := 16$
- Pesos por piso: $m := [30000 \ 22000]$ $m := m^T$



2.0) CÁLCULO DE MATRIZ COORDENADAS GENERALIZADAS Y MATRIZ DE VECTOR COLOCACIÓN

Matriz de coordenadas generalizadas:

$$CG = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 2 & 7 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Datos de la geometría del pórtico $\# = 1$

N	B	H	L	C1	C2
1	0.3	0.3	3	0	0
2	0.3	0.3	3	0	0
3	0.3	0.3	3	0	0
4	0.3	0.3	3	0	0
5	0.3	0.3	3	0	0
6	0.3	0.3	3	0	0
7	0.25	0.3	5	0	0

Matriz de Vector colocacion:

$$VC = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 2 & 7 \\ 1 & 5 & 2 & 8 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 5 \\ \vdots & & & \end{bmatrix}$$

$$nombre = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.3 & 3 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 5 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 5 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 5 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.3 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cálculo de matrices del portico $\# = 1$

Matriz rigidez de la columna para direccion elementos : 1 2 3 ,4,5 y 6

$$Kc_1 = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez de todas las vigas transversales elemetos :7 ,8 , 9 y 10

$$Kc_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez del pórtico $\# = 1$

$$SS = \begin{bmatrix} 36000 & -18000 & 0 & 0 & 0 & -9000 & -9000 & -9000 \\ -18000 & 18000 & 9000 & 9000 & 9000 & 9000 & 9000 & 9000 \\ 0 & 9000 & 45000 & 4500 & 0 & 9000 & 0 & 0 \\ 0 & 9000 & 4500 & 54000 & 4500 & 0 & 9000 & 0 \\ 0 & 9000 & 0 & 4500 & 45000 & 0 & 0 & 9000 \\ -9000 & 9000 & 9000 & 0 & 0 & 27000 & 4500 & 0 \\ -9000 & 9000 & 0 & 9000 & 0 & 4500 & 36000 & 4500 \\ -9000 & 9000 & 0 & 0 & 9000 & 0 & 4500 & 27000 \end{bmatrix} 10^3$$



Condensación estática de la matriz rigidez del portico

$$\begin{bmatrix} K_{ab} \\ K_{aa} \\ K_{bb} \\ KL \end{bmatrix} := \begin{cases} na \leftarrow np \\ nb \leftarrow ngl - np \\ K_{aa} \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, 1, na) \\ K_{ab} \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, na + 1, ngl) \\ K_{ba} \leftarrow K_{ab}^T \\ K_{bb} \leftarrow \text{submatrix}(SS, na + 1, ngl, na + 1, ngl) \\ KL \leftarrow K_{aa} - K_{ab} \cdot K_{bb}^{-1} \cdot K_{ba} \end{cases}$$

$$K_{aa} = \begin{bmatrix} 36000000 & -18000000 \\ -18000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

$$K_{bb} = \begin{bmatrix} 45000000 & 4500000 & 0 & 9000000 \\ 4500000 & 54000000 & 4500000 & 0 \\ 0 & 4500000 & 45000000 & 0 \\ 9000000 & 0 & 0 & 27000000 \end{bmatrix}$$

$$K_{ab} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -9000000 & -9000000 & -9000000 \\ 9000000 & 9000000 & 9000000 & 9000000 & 9000000 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Matriz Rigidez Lateral del portico # = 1

$$KL = \begin{bmatrix} 28581182.348 & -11885095.7535 \\ -11885095.7535 & 8378018.3181 \end{bmatrix}$$

$$KLx := [KL \quad KL]$$

$$K_E := \sum_{j=1}^{\text{cols}(KLx)} KLx_{1,j}$$

$$K_E = \begin{bmatrix} 57162364.6961 & -23770191.5071 \\ -23770191.5071 & 16756036.6361 \end{bmatrix}$$

3.o) CÁLCULO DE LA MATRIZ MASA

$$M := \text{diag}(m) = \begin{bmatrix} 30000 & 0 \\ 0 & 22000 \end{bmatrix}$$

4.o) CÁLCULO DE LOS MODOS Y FRECUENCIAS

$$G := M^{-1} \cdot K_E \quad \omega^2 := \text{sort}(\text{eigenvals}(G)) = \begin{bmatrix} 245.799 \\ 2421.252 \end{bmatrix}$$

Frecuencias

Periodos

$$\omega := \sqrt{\omega^2} = \begin{bmatrix} 15.678 \\ 49.2062 \end{bmatrix}$$

$$T := \frac{2\pi}{\omega} = \begin{bmatrix} 0.4008 \\ 0.1277 \end{bmatrix}$$



Modos

```

 $\phi :=$ 
  for  $i \in 1, 2 \dots \text{rows}(T)$ 
     $\phi^{(i)} \leftarrow \text{eigenvec}(G, \omega_{i,1}^2)$ 
  for  $j \in 1 \dots \text{rows}(T)$ 
    if  $\max(\phi^{(j)}) > |\min(\phi^{(j)})|$ 
       $n \leftarrow \max(\phi^{(j)})$ 
    else
       $n \leftarrow \min(\phi^{(j)})$ 
  for  $k \in 1 \dots \text{rows}(T)$ 
     $\phi_{k,j} \leftarrow \frac{\phi_{k,j}}{n}$ 
  return  $\phi$ 

```

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.477 & 1 \\ 1 & -0.651 \end{bmatrix}$$

Normalizando los modos

```

 $\Phi :=$ 
  for  $i \in 1 \dots \text{cols}(\phi)$ 
    for  $j \in 1 \dots \text{cols}(\phi)$ 
       $\Phi_{i,j} \leftarrow \frac{\phi_{i,j}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\text{rows}(m)} m_n \cdot \phi_{n,j}^2}}$ 
   $\Phi$ 

```

Se normaliza con respecto a su masa

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0028114 & 0.0050428 \\ 0.0058887 & -0.003283 \end{bmatrix}$$

5.o) DETERMINACIÓN DE LAS ECUACIONES DESACOPLADAS

$$[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi] \cdot [Z''] + [K] \cdot [\Phi] \cdot [Z] = -[M] \cdot [1] \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Por propiedad de ortogonalidad

Coficiente de participación modal

$$w_2 := \Phi^T \cdot K_E \cdot \Phi = \begin{bmatrix} 245.7987 & 0 \\ 0 & 2421.2515 \end{bmatrix}$$

$$i := 1 \dots \text{rows}(m) \quad I_{i,1} := 1$$

$$\Gamma := \Phi^T \cdot M \cdot I = \begin{bmatrix} 213.8926 \\ 79.0567 \end{bmatrix}$$

Ecuación desacoplada sin amortiguación

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \end{bmatrix} + w_2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Ecuación desacoplada con amortiguación

$$\xi := 5\%$$

$$\zeta := \begin{bmatrix} \zeta_{i,1} \leftarrow 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{w_{i,i}} \end{bmatrix} \quad \zeta = \begin{bmatrix} 1.5678 \\ 4.9206 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} 245.7987 & 0 \\ 0 & 2421.2515 \end{bmatrix}$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} 1.5678 \\ 4.9206 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \end{bmatrix} + \zeta \begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \end{bmatrix} + w_2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 213.8926 \\ 79.0567 \end{bmatrix}$$



6.o) DETERMINACIÓN DE LOS MAXIMOS VALORES DE Zi

Cálculo de S_d de acuerdo a la norma NSR-98

Aceleración pico	$A_0 := 0.25$	Coefficiente de importancia	$I := 1$
Coefficiente de sitio	$S := 1.2$	Gravedad	$g := 10$

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_d \\ z \end{bmatrix} := \begin{cases} T_c \leftarrow 0.48 S \\ T_l \leftarrow 2.4 S \\ T_0 \leftarrow 0.3 S \\ \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \quad T_f \leftarrow T_{i,1} \\ \quad \text{if } T_0 < T_f < T_c \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow 2.5 A_0 \cdot I \cdot g \\ \quad \text{else if } T_c < T_f < T_l \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow \frac{1.2 \cdot S \cdot A_0 \cdot I \cdot g}{T_f} \\ \quad \text{else if } T_f > T_l \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow \frac{A_0 \cdot I \cdot g}{2} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow A_0 \cdot I \cdot (1 + 5 T_f) \cdot g \\ \quad \quad S_{d_{i,1}} \leftarrow \frac{S_{a_{i,1}}}{\omega_{i,1}^2} \\ \quad \quad z_{i,1} \leftarrow S_{d_{i,1}} \cdot |\Gamma_{i,1}| \end{cases}$$

Periodo: $T = \begin{bmatrix} 0.4008 \\ 0.1277 \end{bmatrix}$

Eigenvalores: $\omega^2 = \begin{bmatrix} 245.7987 \\ 2421.2515 \end{bmatrix}$

Espectro de aceleración: $S_a = \begin{bmatrix} 6.25 \\ 4.0961 \end{bmatrix}$

Espectro de desplazamiento: $S_d = \begin{bmatrix} 0.0254 \\ 0.0017 \end{bmatrix}$

Desplazamientos máximos: $z = \begin{bmatrix} 5.4387 \\ 0.1337 \end{bmatrix}$

7.o) DETERMINACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS DE LA ESTRUCTURA PARA CADA MODO

Desplazamientos traslacionales

$$D_t := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad D_t^{(i)} \leftarrow \Phi^{(i)} \cdot z_{i,1} \end{cases}$$

Modo 1 $D_t^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.0152904 \\ 0.0320268 \end{bmatrix}$ Modo 2 $D_t^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.0006744 \\ -0.0004391 \end{bmatrix}$



Desplazamientos Rotacionales

$$\theta := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad \theta^{(i)} \leftarrow -Kbb^{-1} \cdot Kab^T \cdot D_t^{(i)} \\ \text{return } \theta \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{Modo 1} & \text{Modo 2} \\ \theta^{(1)} = \begin{bmatrix} -5.3143 \\ -4.0668 \\ -5.3143 \\ -3.4221 \\ -2.3119 \\ -3.4221 \end{bmatrix} 10^{-3} & \theta^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.1691 \\ 0.3956 \\ 0.1691 \\ 3.3473 \\ 1.8481 \\ 3.3473 \end{bmatrix} 10^{-4} \end{array}$$

Desplazamientos totales para cada modo

$$\delta t := \begin{array}{|l} \text{for } k \in 1 \dots \text{rows}(\Phi) \\ \quad \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(D_t) \\ \quad \quad \delta t_{i,k} \leftarrow D_{t,i,k} \\ \quad \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(\theta) \\ \quad \quad \quad \delta t_{j+np,k} \leftarrow \theta_{j,k} \\ \text{return } \delta t \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \text{Modo 1} & \text{Modo 2} \\ \delta t^{(1)} = \begin{bmatrix} 15.2904 \\ 32.0268 \\ -5.3143 \\ -4.0668 \\ -5.3143 \\ -3.4221 \\ -2.3119 \\ -3.4221 \end{bmatrix} 10^{-3} & \delta t^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.6744 \\ -0.4391 \\ 0.0169 \\ 0.0396 \\ 0.0169 \\ 0.3347 \\ 0.1848 \\ 0.3347 \end{bmatrix} 10^{-3} \end{array}$$

8.o) DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS EN CADA ELEMENTO

Deformaciones locales

$$\begin{array}{cc} \mu := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\delta t) \\ \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(VC) \\ \quad \quad \text{for } k \in 1 \dots \text{cols}(VC) \\ \quad \quad \quad r \leftarrow VC_{j,k} \\ \quad \quad \quad \text{if } r = 0 \\ \quad \quad \quad \quad \lambda_{k,1} \leftarrow 0 \\ \quad \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \quad \lambda_{k,1} \leftarrow \delta t_{r,i} \\ \quad \quad \quad p^{(j)} \leftarrow \lambda \\ \quad \quad q_{1,i} \leftarrow p \\ \text{return } q \end{array} & F := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\mu) \\ \quad d \leftarrow \mu_{1,i} \\ \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(VC) \\ \quad \quad f_{j,i} \leftarrow Kc_j \cdot d^{(j)} \\ \text{return } f \end{array} \end{array}$$

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 1$

$$\text{Matriz Rigidez} \quad Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

$$\text{Deformaciones} \quad \mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0153 \\ -0.0053 \end{bmatrix}$$



Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -43913.8063 \\ 89784.9174 \\ 43913.8063 \\ 41956.5017 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.2904 \\ -4.0668 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -55141.2709 \\ 101012.3819 \\ 55141.2709 \\ 64411.4308 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15.2904 \\ -5.3143 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -43913.8063 \\ 89784.9174 \\ 43913.8063 \\ 41956.5017 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.2904 \\ -5.3143 \\ 32.0268 \\ -3.4221 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -21791.5197 \\ 24172.3896 \\ 21791.5197 \\ 41202.1695 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.2904 \\ -4.0668 \\ 32.0268 \\ -2.3119 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -43010.5526 \\ 56618.8871 \\ 43010.5526 \\ 72412.7707 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 6$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.2904 \\ -5.3143 \\ 32.0268 \\ -3.4221 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -21791.5197 \\ 24172.3896 \\ 21791.5197 \\ 41202.1695 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 7$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.2904 \\ -5.3143 \\ 15.2904 \\ -4.0668 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -66128.8913 \\ 0 \\ -60515.159 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 8$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$



Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 15.2904 \\ -4.0668 \\ 15.2904 \\ -5.3143 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -60515.159 \\ 0 \\ -66128.8913 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 9$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 32.0268 \\ -3.4221 \\ 32.0268 \\ -2.3119 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -41202.1695 \\ 0 \\ -36206.3854 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 10$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 32.0268 \\ -2.3119 \\ 32.0268 \\ -3.4221 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -36206.3854 \\ 0 \\ -41202.1695 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0007 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4198.8387 \\ 6222.148 \\ 4198.8387 \\ 6374.3682 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.6744 \\ 0.0396 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4402.6604 \\ 6425.9697 \\ 4402.6604 \\ 6782.0116 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.6744 \\ 0.0169 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4198.8387 \\ 6222.148 \\ 4198.8387 \\ 6374.3682 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6744 \\ 0.0169 \\ -0.4391 \\ 0.3347 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 3516.279 \\ -6704.6093 \\ -3516.279 \\ -3844.2277 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6744 \\ 0.0396 \\ -0.4391 \\ 0.1848 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 4661.8071 \\ -7646.3157 \\ -4661.8071 \\ -6339.1056 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 6$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 6000000 & -9000000 & -6000000 & -9000000 \\ -9000000 & 18000000 & 9000000 & 9000000 \\ -6000000 & 9000000 & 6000000 & 9000000 \\ -9000000 & 9000000 & 9000000 & 18000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6744 \\ 0.0169 \\ -0.4391 \\ 0.3347 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 3516.279 \\ -6704.6093 \\ -3516.279 \\ -3844.2277 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 7$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6744 \\ 0.0169 \\ 0.6744 \\ 0.0396 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 330.2412 \\ 0 \\ 432.152 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 8$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$



Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.6744 \\ 0.0396 \\ 0.6744 \\ 0.0169 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 432.152 \\ 0 \\ 330.2412 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 9$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.4391 \\ 0.3347 \\ -0.4391 \\ 0.1848 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3844.2277 \\ 0 \\ 3169.5528 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 10$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9000000 & 0 & 4500000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4500000 & 0 & 9000000 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.4391 \\ 0.1848 \\ -0.4391 \\ 0.3347 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3169.5528 \\ 0 \\ 3844.2277 \end{bmatrix}$$

EJEMPLO N°2

La estructura consiste en porticos no arriostrados de concreto reforzado, con placas aligeradas y armadas en dirección Z. La estructura esta construida con $f_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$ las dimensiones de las vigas y columnas y masa corrida son:

viga1: 0.3x0.5m

Masa en los pisos: 1000kg/m²

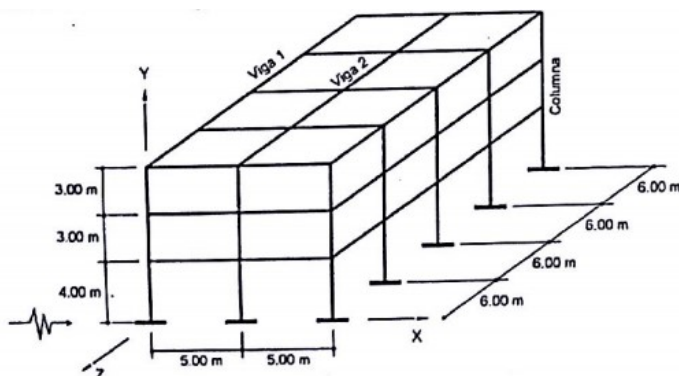
Viga 2: 0.4x0.45 m

Masa en la cubierta: 700 kg/m²

Columnas: 0.9x0.45m



Calcular las propiedades dinámicas de la edificación norma peruana E-030 2016



SOLUCIÓN:

1) ANÁLISIS EN DIRECCIÓN X

1.o) DATOS DEL PORTICO CARACTERISTICO EN DIRECCIÓN X

Datos de portico $\# := 1$

- Número de nodos : $nod := 12$
- Número de pisos : $np := 3$
- Número de nodos restringidos : $nr := 3$
- Calidad del concreto : $f'c := 210 \frac{kgf}{m^2}$
- Módulo de elasticidad: $E := 150000 \cdot \sqrt{f'c} = 2173706.512 \frac{tonnef}{m^2}$
- Módulo de poisson: $\nu := 0.2$
- Módulo de corte: $G := \frac{E}{2(1+\nu)} = 905711.047 \frac{tonnef}{m^2}$
- Módulo de sección: $\beta := 1.2$
- Longitud en X del edificio: $Lx := 10$
- Longitud en Y del edificio: $Ly := 24$
- Pesos por piso: $m := [240 \ 240 \ 168] \ m := m^T$

2.o) CÁLCULO DE MATRIZ COORDENADAS GENERALIZADAS Y MATRIZ DE VECTOR COLOCACIÓN

Matriz de coordenadas generalizadas:

$$CG = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Matriz de Vector colocacion:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$VC = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 8 \\ 1 & 6 & 2 & 9 \\ 2 & 7 & 3 & 10 \\ 2 & 8 & 3 & 11 \\ 2 & 9 & 3 & 12 \\ 0.9 & 0.45 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.9 & 0.45 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.3 & 0.45 & 5 & 0.225 & 0.225 \\ 0.3 & 0.45 & 5 & 0.225 & 0.225 \\ 0.3 & 0.45 & 5 & 0.225 & 0.225 \\ 0.3 & 0.45 & 5 & 0.225 & 0.225 \\ 0.3 & 0.45 & 5 & 0.225 & 0.225 \\ 0.3 & 0.45 & 5 & 0.225 & 0.225 \end{bmatrix}$$

Datos de la geometría del pórtico # = 1

N	B	H	L	C1	C2
1	0.9	0.45	4	0.225	0.225
2	0.9	0.45	4	0.225	0.225
3	0.9	0.45	4	0.225	0.225
4	0.9	0.45	3	0.225	0.225
5	0.9	0.45	3	0.225	0.225
6	0.9	0.45	3	0.225	0.225
7	0.9	0.45	3	0.225	0.225

nombre =

Cálculo de matrices del portico

= 1

Se esta considerando con brazo rigido

Matriz rigidez de la columna para direccion x elementos : 1 2 y 3

$$Kc_1 = \begin{bmatrix} 3808.46 & -7616.92 & -3808.46 & -7616.92 \\ -7616.92 & 19418.608 & 7616.92 & 11049.073 \\ -3808.46 & 7616.92 & 3808.46 & 7616.92 \\ -7616.92 & 11049.073 & 7616.92 & 19418.608 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez de la columna para direccion x elementos : 4 al 9

$$Kc_4 = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.576 & -9866.384 & -14799.576 \\ -14799.576 & 28025.217 & 14799.576 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.576 & 9866.384 & 14799.576 \\ -14799.576 & 16373.511 & 14799.576 & 28025.217 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez de todas las vigas transversales elemetos : 10 al 15

$$Kc_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.126 & 0 & 2746.433 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.433 & 0 & 4923.126 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez del pórtico

= 1

$$SS = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \vdots & 11 \\ 0 & 41.025 & -29.599 & 0 & -7.183 & -7.183 & -7.183 & -14.8 & -14.8 & -14.8 & 0 & \\ 1 & -29.599 & 59.198 & -29.599 & 14.8 & 14.8 & 14.8 & 0 & 0 & 0 & -14.8 & \\ 2 & 0 & -29.599 & 29.599 & 0 & 0 & 0 & 14.8 & 14.8 & 14.8 & 14.8 & \\ 3 & -7.183 & 14.8 & 0 & 52.367 & 2.746 & 0 & 16.374 & 0 & 0 & 0 & \\ 4 & -7.183 & 14.8 & 0 & 2.746 & 57.29 & 2.746 & 0 & 16.374 & 0 & 0 & \\ 5 & -7.183 & 14.8 & 0 & 0 & 2.746 & 52.367 & 0 & 0 & 16.374 & 0 & \\ 6 & -14.8 & 0 & 14.8 & 16.374 & 0 & 0 & 60.974 & 2.746 & 0 & 16.374 & \\ 7 & 14.8 & 0 & -14.8 & 0 & 16.374 & 0 & 0 & 60.974 & 2.746 & 0 & \\ 8 & 14.8 & 0 & -14.8 & 0 & 2.746 & 0 & 0 & 57.29 & 2.746 & 0 & \\ 9 & 14.8 & 0 & -14.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 52.367 & 2.746 & 0 & \end{bmatrix} 10^3$$



$$\begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ \vdots \\ 11 \end{matrix} \begin{bmatrix} -14.8 & 0 & 14.8 & 0 & 16.374 & 0 & 2.746 & 65.897 & 2.746 & 0 \\ -14.8 & 0 & 14.8 & 0 & 0 & 16.374 & 0 & 2.746 & 60.974 & 0 \\ 0 & -14.8 & 14.8 & 0 & 0 & 0 & 16.374 & 0 & 0 & 32.948 \\ 0 & -14.8 & 14.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16.374 & 0 & 2.746 \\ & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

Condensación estática de la matriz rigidez del portico

$$\begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} na \leftarrow np \\ nb \leftarrow ngl - np \\ Kaa \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, 1, na) \\ Kab \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, na + 1, ngl) \\ Kba \leftarrow Kab^T \\ Kbb \leftarrow \text{submatrix}(SS, na + 1, ngl, na + 1, ngl) \\ KL \leftarrow Kaa - Kab \cdot Kbb^{-1} \cdot Kba \\ \begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$Kaa = \begin{bmatrix} 41024.533 & -29599.152 & 0 \\ -29599.152 & 59198.304 & -29599.152 \\ 0 & -29599.152 & 29599.152 \end{bmatrix}$$

$$Kbb = \begin{bmatrix} 52.367 & 2.7464 & 0 & 16.3735 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.7464 & 57.2901 & 2.7464 & 0 & 16.3735 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.7464 & 52.367 & 0 & 0 & 16.3735 & 0 & 0 & 0 \\ 16.3735 & 0 & 0 & 60.9736 & 2.7464 & 0 & 16.3735 & 0 & 0 \\ 0 & 16.3735 & 0 & 2.7464 & 65.8967 & 2.7464 & 0 & 16.3735 & 0 \\ 0 & 0 & 16.3735 & 0 & 2.7464 & 60.9736 & 0 & 0 & 16.3735 \\ 0 & 0 & 0 & 16.3735 & 0 & 0 & 32.9483 & 2.7464 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16.3735 & 0 & 2.7464 & 37.8715 & 2.7464 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16.3735 & 0 & 2.7464 & 32.9483 \end{bmatrix} 10^3$$

$$Kab = \begin{bmatrix} -7.1827 & -7.1827 & -7.1827 & -14.7996 & -14.7996 & -14.7996 & 0 & 0 & 0 \\ 14.7996 & 14.7996 & 14.7996 & 0 & 0 & 0 & -14.7996 & -14.7996 & -14.7996 \\ 0 & 0 & 0 & 14.7996 & 14.7996 & 14.7996 & 14.7996 & 14.7996 & 14.7996 \end{bmatrix} 10^3$$

Matriz Rigidez Lateral del portico $\# = 1$

$$KL = \begin{bmatrix} 29323.1475 & -22476.8543 & 5892.663 \\ -22476.8543 & 30108.8005 & -13247.7397 \\ 5892.663 & -13247.7397 & 8359.0187 \end{bmatrix}$$

$$KLx := [KL \quad KL \quad KL \quad KL \quad KL]$$

$$K_E := \sum_{j=1}^{\text{cols}(KLx)} KLx_{1,j}$$

$$K_E = \begin{bmatrix} 146615.7375 & -112384.2714 & 29463.3149 \\ -112384.2714 & 150544.0023 & -66238.6986 \\ 29463.3149 & -66238.6986 & 41795.0937 \end{bmatrix}$$



3.o) CÁLCULO DE LA MATRIZ MASA

$$M := \text{diag}(m) = \begin{bmatrix} 240 & 0 & 0 \\ 0 & 240 & 0 \\ 0 & 0 & 168 \end{bmatrix}$$

4.o) CÁLCULO DE LOS MODOS Y FRECUENCIAS

$$G := M^{-1} \cdot K_E \quad \omega^2 := \text{sort}(\text{eigenvals}(G)) = \begin{bmatrix} 19.592 \\ 258.886 \\ 1208.467 \end{bmatrix}$$

Frecuencias

$$\omega := \sqrt{\omega^2} = \begin{bmatrix} 4.4263 \\ 16.0899 \\ 34.763 \end{bmatrix}$$

Periodos

$$T := \frac{2\pi}{\omega} = \begin{bmatrix} 1.4195 \\ 0.3905 \\ 0.1807 \end{bmatrix}$$

Modos

```

phi := for i in 1..rows(T)
  phi^(i) ← eigenvect(G, omega^2[i,1])
  for j in 1..rows(T)
    if max(phi^(j)) > |min(phi^(j))|
      n ← max(phi^(j))
    else
      n ← min(phi^(j))
    for k in 1..rows(T)
      phi_k,j ← phi_k,j / n
  return phi

```

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.39 & -0.938 & -0.902 \\ 0.755 & -0.443 & 1 \\ 1 & 1 & -0.576 \end{bmatrix}$$

Normalizando los modos

```

Phi := for i in 1..cols(phi)
  for j in 1..cols(phi)
    Phi_i,j ← phi_i,j / sqrt(sum(n=1..rows(m)) m_n * phi_n,j^2)
  return Phi

```

Se normaliza con respecto a su masa

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0211191 & -0.0454275 & -0.0407062 \\ 0.0408596 & -0.0214482 & 0.0451346 \\ 0.0541313 & 0.0484471 & -0.0259819 \end{bmatrix}$$

5.o) DETERMINACIÓN DE LAS ECUACIONES DESACOPLADAS

$$[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi] \cdot [Z''] + [K] \cdot [\Phi] \cdot [Z] = -[M] \cdot [1] \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Por propiedad de ortogonalidad

Coefficiente de participación modal

$$w_2 := \Phi^T \cdot K_r \cdot \Phi = \begin{bmatrix} 19.5923 & 0 & 0 \\ 0 & 258.8864 & 0 \end{bmatrix}$$

$$i := 1 \dots \text{rows}(m) \quad I := 1$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1208.4672 \end{bmatrix} \quad i, 1$$

Ecuación desacoplada sin amortiguación

$$\Gamma := \Phi^T \cdot M \cdot I = \begin{bmatrix} 23.969 \\ -7.911 \\ -3.3021 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \\ z_3'' \end{bmatrix} + w2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Ecuación desacoplada con amortiguación

$$\xi := 5\%$$

$$\zeta := \begin{bmatrix} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \zeta_{i,1} \leftarrow 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{w2_{i,i}} \\ \zeta \end{bmatrix} \quad \zeta = \begin{bmatrix} 0.4426 \\ 1.609 \\ 3.4763 \end{bmatrix}$$

$$w2 = \begin{bmatrix} 19.5923 & 0 & 0 \\ 0 & 258.8864 & 0 \\ 0 & 0 & 1208.4672 \end{bmatrix}$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0.4426 \\ 1.609 \\ 3.4763 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \\ z_3'' \end{bmatrix} + \zeta \begin{bmatrix} z_1' \\ z_2' \\ z_3' \end{bmatrix} + w2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 23.969 \\ -7.911 \\ -3.3021 \end{bmatrix}$$

6.o) DETERMINACIÓN DE LOS MAXIMOS VALORES DE Zi

Cálculo de Sd de acuerdo a la norma Peruana E-0.30 2016 (Ayacucho - Carmen Alto)

Zona : 3	Z := 0.35	Irregularidad en elevación: Regular	I _a := 1
Suelo: S2	S := 1.15	Irregularidad en planta: Regular	I _p := 1
Categoría: C	U := 1	T _p := 0.6	
Sistema: Porticos	R ₀ := 8	T _l := 2	R := R ₀ · I _a · I _p = 8

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_d \\ z \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ T_f \leftarrow T_{i,1} \\ \text{if } T_f < T_p \\ \quad c \leftarrow 2.5 \\ \text{else if } T_p < T_f < T_l \\ \quad c \leftarrow 2.5 \frac{T_p}{T_f} \\ \text{else} \\ \quad c \leftarrow 2.5 \frac{T_p \cdot T_l}{T_f^2} \\ \text{if } \frac{c}{R} \geq 0.125 \\ \quad \xi \leftarrow \frac{c}{R} \\ \text{else} \\ \quad \xi \leftarrow 0.125 \\ S_{a_{i,1}} \leftarrow Z \cdot U \cdot \xi \cdot S \cdot g \\ S_{a_{i,1}} \end{bmatrix}$$

Gravedad

$$g := 9.81$$

Periodo:

$$T = \begin{bmatrix} 1.4195 \\ 0.3905 \\ 0.1807 \end{bmatrix}$$

Eigenvalores:

$$\omega2 = \begin{bmatrix} 19.5923 \\ 258.8864 \\ 1208.4672 \end{bmatrix}$$

Espectro de aceleración:

$$S_a = \begin{bmatrix} 0.5317 \\ 1.2578 \\ 1.2578 \end{bmatrix}$$

Espectro de desplazamiento:

$$S_d = \begin{bmatrix} 0.0271 \\ 0.0049 \\ 0.001 \end{bmatrix}$$

Desplazamientos máximos :

$$z = \begin{bmatrix} 0.6504 \\ 0.0384 \end{bmatrix}$$



$$\left\| \begin{array}{l} S_{d_{i,1}} \leftarrow \frac{\gamma_{i,1}}{\omega_{i,1}^2} \\ z_{i,1} \leftarrow S_{d_{i,1}} \cdot \Gamma_{i,1} \\ \begin{bmatrix} S_a \\ S_d \\ z \end{bmatrix} \end{array} \right\| \quad \left[0.0034 \right]$$

7.0) DETERMINACIÓN DE LOS DESPLAZZAMIENTOS MÁXIMOS DE LA ESTRUCTURA PARA CADA MODO

Desplazamientos traslacionales

$$D_t := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad \left\| D_t^{(i)} \leftarrow \Phi^{(i)} \cdot z_{i,1} \right\| \\ \text{return } D_t \end{array} \right\|$$

$$D_t^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.0137363 \\ 0.026576 \\ 0.0352081 \end{bmatrix} \quad D_t^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.0017461 \\ -0.0008244 \\ 0.0018621 \end{bmatrix} \quad D_t^{(3)} = \begin{bmatrix} -0.0001399 \\ 0.0001551 \\ -0.0000893 \end{bmatrix}$$

Desplazamientos Rotacionales

$$\theta := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad \left\| \theta^{(i)} \leftarrow -Kbb^{-1} \cdot Kab^T \cdot D_t^{(i)} \right\| \\ \text{return } \theta \end{array} \right\|$$

$$\theta^{(1)} = \begin{bmatrix} -4.3844 \\ -3.8156 \\ -4.3844 \\ -3.3329 \\ -3.1742 \\ -3.3329 \\ -2.0794 \\ -1.6994 \\ -2.0794 \end{bmatrix} 10^{-3} \quad \theta^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.9888 \\ 1.5436 \\ 1.9888 \\ -6.8278 \\ -6.2764 \\ -6.8278 \\ -8.1234 \\ -6.6067 \\ -8.1234 \end{bmatrix} 10^{-4} \quad \theta^{(3)} = \begin{bmatrix} -0.5147 \\ -0.4733 \\ -0.5147 \\ -0.2904 \\ -0.1871 \\ -0.2904 \\ 1.17 \\ 0.8664 \\ 1.17 \end{bmatrix} 10^{-4}$$

Desplazamientos totales para cada modo

$$\delta t := \left\| \begin{array}{l} \text{for } k \in 1 \dots \text{rows}(\Phi) \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(D_t) \\ \quad \left\| \delta t_{i,k} \leftarrow D_{t,i,k} \right\| \\ \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(\theta) \\ \quad \left\| \delta t_{j+np,k} \leftarrow \theta_{j,k} \right\| \end{array} \right\| \\ \text{return } \delta t \end{array} \right\|$$

$$\delta t^{(1)} = \begin{bmatrix} 13.7363 \\ 26.576 \\ 35.2081 \\ -4.3844 \\ -3.8156 \\ -4.3844 \\ -3.3329 \\ -3.1742 \\ -3.3329 \\ -2.0794 \\ -1.6994 \\ -2.0794 \end{bmatrix} 10^{-3} \quad \delta t^{(2)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ -0.8244 \\ 1.8621 \\ 0.1989 \\ 0.1544 \\ 0.1989 \\ -0.6828 \\ -0.6276 \\ -0.6828 \\ -0.8123 \\ -0.6607 \\ -0.8123 \end{bmatrix} 10^{-3} \quad \delta t^{(3)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ -0.8244 \\ 1.8621 \\ 0.1989 \\ 0.1544 \\ 0.1989 \\ -0.6828 \\ -0.6276 \\ -0.6828 \\ -0.8123 \\ -0.6607 \\ -0.8123 \end{bmatrix} 10^{-3}$$



8.o) DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS EN CADA ELEMENTO

Deformaciones locales

```

μ := for i ∈ 1 .. cols(δt)
    for j ∈ 1 .. rows(VC)
        for k ∈ 1 .. cols(VC)
            r ← VCj,k
            if r = 0
                λk,1 ← 0
            else
                λk,1 ← δtr,i
            p(j) ← λ
        q1,i ← p
    q

F := for i ∈ 1 .. cols(μ)
    d ← μ1,i
    for j ∈ 1 .. rows(VC)
        fj,i ← Kcj • d(j)
    f

```

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 1$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0137 \\ -0.0044 \end{bmatrix}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -18.9185 \\ 56.1847 \\ 18.9185 \\ 19.4892 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 13.7363 \\ -3.8156 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -23.2514 \\ 62.47 \\ 23.2514 \\ 30.5355 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 3$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 13.7363 \\ -4.3844 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -18.9185 \\ 56.1847 \\ 18.9185 \\ 19.4892 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 13.7363 \\ -4.3844 \\ 26.576 \\ -3.3329 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -12.4673 \\ 12.5751 \\ 12.4673 \\ 24.8269 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 13.7363 \\ -3.8156 \\ 26.576 \\ -3.1742 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -23.2356 \\ 31.1167 \\ 23.2356 \\ 38.5901 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 6$

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$



Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 13.7363 \\ -4.3844 \\ 26.576 \\ -3.3329 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -12.4673 \\ 12.5751 \\ 12.4673 \\ 24.8269 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 7$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 26.576 \\ -3.3329 \\ 35.2081 \\ -2.0794 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -5.0679 \\ 0.2991 \\ 5.0679 \\ 14.9045 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 8$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 26.576 \\ -3.1742 \\ 35.2081 \\ -1.6994 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -13.0418 \\ 10.9708 \\ 13.0418 \\ 28.1545 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 9$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 26.576 \\ -3.3329 \\ 35.2081 \\ -2.0794 \end{bmatrix} 10^{-3}$$



Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -5.0679 \\ 0.2991 \\ 5.0679 \\ 14.9045 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 10$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 13.7363 \\ -4.3844 \\ 13.7363 \\ -3.8156 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -32.0643 \\ 0 \\ -30.8261 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 11$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 13.7363 \\ -3.8156 \\ 13.7363 \\ -4.3844 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -30.8261 \\ 0 \\ -32.0643 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 12$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 26.576 \\ -3.3329 \\ 26.576 \\ -3.1742 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -25.126 \\ 0 \\ -24.7805 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 13$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 26.576 \\ -3.1742 \\ 26.576 \\ -3.3329 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -24.7805 \\ 0 \\ -25.126 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 14$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 35.2081 \\ -2.0794 \\ 35.2081 \\ -1.6994 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -14.9045 \\ 0 \\ -14.0773 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 15$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 35.2081 \\ -1.6994 \\ 35.2081 \\ -2.0794 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -14.0773 \\ 0 \\ -14.9045 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 2$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ 7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$



Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0017 \\ 0.0002 \end{bmatrix}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 5.1349 \\ -11.1022 \\ -5.1349 \\ -9.4376 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.7461 \\ 0.1544 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 5.474 \\ -11.594 \\ -5.474 \\ -10.3021 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.7461 \\ 0.1989 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 5.1349 \\ -11.1022 \\ -5.1349 \\ -9.4376 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 4$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ 0.1989 \\ -0.8244 \\ 0.0000 \end{bmatrix} 10^{-3}$$



$$[-0.0828]$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -1.9321 \\ 8.0346 \\ 1.9321 \\ -2.2382 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 5$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ 0.1544 \\ -0.8244 \\ -0.6276 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -2.0893 \\ 7.6898 \\ 2.0893 \\ -1.4218 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 6$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ 0.1989 \\ -0.8244 \\ -0.6828 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -1.9321 \\ 8.0346 \\ 1.9321 \\ -2.2382 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 7$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.8244 \\ -0.6828 \\ 1.8621 \\ -0.8123 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4.379 \\ 7.3234 \\ 4.379 \\ 5.8137 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 8$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.8244 \\ -0.6276 \\ 1.8621 \\ -0.6607 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -7.4398 \\ 11.3521 \\ 7.4398 \\ 10.9672 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 9$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.8244 \\ -0.6828 \\ 1.8621 \\ -0.8123 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -4.379 \\ 7.3234 \\ 4.379 \\ 5.8137 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 10$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ 0.1989 \\ -1.7461 \\ 0.1544 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4031 \\ 0 \\ 1.3062 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 11$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \end{bmatrix}$$



$$^n \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -1.7461 \\ 0.1544 \\ -1.7461 \\ 0.1989 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.3062 \\ 0 \\ 1.4031 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 12$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.8244 \\ -0.6828 \\ -0.8244 \\ -0.6276 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5.0852 \\ 0 \\ -4.9651 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 13$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.8244 \\ -0.6276 \\ -0.8244 \\ -0.6828 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4.9651 \\ 0 \\ -5.0852 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 14$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 1.8621 \\ -0.8123 \\ 1.8621 \\ -0.6607 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ -5.8137 \end{bmatrix}$$



$${}_{n,\rho} \begin{bmatrix} 0 \\ -5.4836 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 15$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 1.8621 \\ -0.6607 \\ 1.8621 \\ -0.8123 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5.4836 \\ 0 \\ -5.8137 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 1$ **Modo** $\rho := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0001 \\ -0.0001 \end{bmatrix}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0.9249 \\ -1.6343 \\ -0.9249 \\ -2.0651 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \\ -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.1399 \\ -0.0473 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0.8933 \\ -1.5886 \\ -0.8933 \\ -1.9848 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 3$

$$Kc = \begin{bmatrix} 3808.4601 & -7616.9203 & -3808.4601 & -7616.9203 \\ -7616.9203 & 19418.6083 & 7616.9203 & 11049.0728 \end{bmatrix}$$



Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} -3808.4601 & 7616.9203 & 3808.4601 & 7616.9203 \\ -7616.9203 & 11049.0728 & 7616.9203 & 19418.6083 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.1399 \\ -0.0515 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0.9249 \\ -1.6343 \\ -0.9249 \\ -2.0651 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.1399 \\ -0.0515 \\ 0.1551 \\ -0.029 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -1.7194 \\ 2.4485 \\ 1.7194 \\ 2.7099 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.1399 \\ -0.0473 \\ 0.1551 \\ -0.0187 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -1.9335 \\ 2.7335 \\ 1.9335 \\ 3.067 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 6$

Matriz Rigidez

$$K_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.1399 \\ -0.0515 \\ 0.1551 \\ 0.000 \end{bmatrix} 10^{-3}$$



$$[-0.029]$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -1.7194 \\ 2.4485 \\ 1.7194 \\ 2.7099 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 7$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.1551 \\ -0.029 \\ -0.0893 \\ 0.117 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 1.1098 \\ -2.5155 \\ -1.1098 \\ -0.8139 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 8$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.1551 \\ -0.0187 \\ -0.0893 \\ 0.0866 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 1.4063 \\ -2.7232 \\ -1.4063 \\ -1.4957 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 9$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 9866.384 & -14799.5761 & -9866.384 & -14799.5761 \\ -14799.5761 & 28025.2172 & 14799.5761 & 16373.511 \\ -9866.384 & 14799.5761 & 9866.384 & 14799.5761 \\ -14799.5761 & 16373.511 & 14799.5761 & 28025.2172 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.1551 \\ -0.029 \\ -0.0893 \\ 0.117 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 1.1098 \\ -2.5155 \\ -1.1098 \\ -0.8139 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 10$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.1399 \\ -0.0515 \\ -0.1399 \\ -0.0473 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3834 \\ 0 \\ -0.3744 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 11$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.1399 \\ -0.0473 \\ -0.1399 \\ -0.0515 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.3744 \\ 0 \\ -0.3834 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 12$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.1551 \\ -0.029 \\ 0.1551 \\ -0.0187 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1943 \\ 0 \\ -0.1719 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 13$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$



Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0.1551 \\ -0.0187 \\ 0.1551 \\ -0.029 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1719 \\ 0 \\ -0.1943 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 14$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.0893 \\ 0.117 \\ -0.0893 \\ 0.0866 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8139 \\ 0 \\ 0.7479 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 15$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4923.1256 & 0 & 2746.4332 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2746.4332 & 0 & 4923.1256 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} -0.0893 \\ 0.0866 \\ -0.0893 \\ 0.117 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7479 \\ 0 \\ 0.8139 \end{bmatrix}$$

2) ANÁLISIS EN DIRECCIÓN Z

1.o) DATOS DEL PORTICO CARACTERISTICO EN DIRECCIÓN Z

Datos de portico $\# := 1$

- Número de nodos : $nod := 20$
- Número de pisos : $np := 3$
- Número de nodos restringidos : $nr := 5$
- Calidad del concreto : $f'c := 210 \frac{kgf}{m^2}$



- Módulo de elasticidad: $E := 150000 \cdot \sqrt{f'c} = 2173706.512 \frac{\text{tonnef}}{\text{m}^2}$
- Módulo de poisson: $\nu := 0.2$
- Módulo de corte: $G := \frac{E}{2(1+\nu)} = 905711.047 \frac{\text{tonnef}}{\text{m}^2}$
- Módulo de sección: $\beta := 1.2$
- Longitud en X del edificio: $Lx := 10$
- Longitud en Y del edificio: $Ly := 24$
- Pesos por piso: $m := [240 \ 240 \ 168] \quad m := m^T$

2.o) CÁLCULO DE MATRIZ COORDENADAS GENERALIZADAS Y MATRIZ DE VECTOR COLOCACIÓN

Matriz de coordenadas generalizadas:

$$CG = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 4 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Matriz de Vector colocacion:

$$VC = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 6 & 2 & 11 \\ 1 & 7 & 2 & 12 \\ 0.45 & 0.9 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 4 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ 0.45 & 0.9 & 3 & 0.225 & 0.225 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Datos de la geometria delos pórtico con viga tipo 1 # = 1

N	B	H	L	C1	C2
1	0.45	0.9	4	0.225	0.225
2	0.45	0.9	4	0.225	0.225
3	0.45	0.9	4	0.225	0.225
4	0.45	0.9	4	0.225	0.225
5	0.45	0.9	4	0.225	0.225
6	0.45	0.9	3	0.225	0.225
7	0.45	0.9	3	0.225	0.225

nombre =

Cálculo de matrices del portico

= 1

Se esta considerando con brazo rigido

Matriz rigidez de la columna para direccion x elementos : 1 al 5

$$Kc_1 = \begin{bmatrix} 13449.268 & -26898.536 & -13449.268 & -26898.536 \\ -26898.536 & 70536.143 & 26898.536 & 37058.001 \\ -13449.268 & 26898.536 & 13449.268 & 26898.536 \\ -26898.536 & 37058.001 & 26898.536 & 70536.143 \end{bmatrix}$$



Matriz rigidez de la columna para direccion x elementos : 6 al 15

$$Kc_6 = \begin{bmatrix} 31650.419 & -47475.629 & -31650.419 & -47475.629 \\ -47475.629 & 94516.856 & 47475.629 & 47910.031 \\ -31650.419 & 47475.629 & 31650.419 & 47475.629 \\ -47475.629 & 47910.031 & 47475.629 & 94516.856 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez de todas las vigas transversales elemetos : 16 al 27

$$Kc_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4914.29 & 0 & 2972.339 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2972.339 & 0 & 4914.29 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez del pórtico # = 1

$$SS = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \vdots & 17 \\ 0 & 225.498 & -158.252 & 0 & -20.577 & -20.577 & -20.577 & -20.577 & -20.577 & -47.476 & \\ 1 & -158.252 & 316.504 & -158.252 & 47.476 & 47.476 & 47.476 & 47.476 & 47.476 & 0 & \\ 2 & 0 & -158.252 & 158.252 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 47.476 & \\ 3 & -20.577 & 47.476 & 0 & 169.967 & 2.972 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & \\ 4 & -20.577 & 47.476 & 0 & 2.972 & 174.882 & 2.972 & 0 & 0 & 0 & \\ 5 & -20.577 & 47.476 & 0 & 0 & 2.972 & 174.882 & 2.972 & 0 & 0 & \\ 6 & -20.577 & 47.476 & 0 & 0 & 0 & 2.972 & 174.882 & 2.972 & 0 & \\ 7 & -20.577 & 47.476 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.972 & 169.967 & 0 & \\ 8 & -47.476 & 0 & 47.476 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 193.948 & \\ 9 & -47.476 & 0 & 47.476 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 2.972 & \\ 10 & -47.476 & 0 & 47.476 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & \\ \vdots & & & & & & & & & & \\ 17 & & & & & & & & & & \end{bmatrix} 10^3$$

Condensación estática de la matriz rigidez del portico

$$\begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} := \left\| \begin{array}{l} na \leftarrow np \\ nb \leftarrow ngl - np \\ Kaa \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, 1, na) \\ Kab \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, na + 1, ngl) \\ Kba \leftarrow Kab^T \\ Kbb \leftarrow \text{submatrix}(SS, na + 1, ngl, na + 1, ngl) \\ KL \leftarrow Kaa - Kab \cdot Kbb^{-1} \cdot Kba \\ \begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} \end{array} \right\|$$

$$Kaa = \begin{bmatrix} 225498.436 & -158252.096 & 0 \\ -158252.096 & 316504.193 & -158252.096 \\ 0 & -158252.096 & 158252.096 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \vdots & 17 \\ 0 & 169.9673 & 2.9723 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & \\ 1 & 2.9723 & 174.8816 & 2.9723 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & \\ 2 & 0 & 2.9723 & 174.8816 & 2.9723 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & \end{bmatrix}$$





$$Kc_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.387 & 0 & 3963.119 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.119 & 0 & 6552.387 \end{bmatrix}$$

Matriz rigidez del pórtico $\# = 2$

$$SS = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \dots & 17 \\ 0 & 225.498 & -158.252 & 0 & -20.577 & -20.577 & -20.577 & -20.577 & -20.577 & -47.476 & \\ 1 & -158.252 & 316.504 & -158.252 & 47.476 & 47.476 & 47.476 & 47.476 & 47.476 & 0 & \\ 2 & 0 & -158.252 & 158.252 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 47.476 & \\ 3 & -20.577 & 47.476 & 0 & 171.605 & 3.963 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & \\ 4 & -20.577 & 47.476 & 0 & 3.963 & 178.158 & 3.963 & 0 & 0 & 0 & \\ 5 & -20.577 & 47.476 & 0 & 0 & 3.963 & 178.158 & 3.963 & 0 & 0 & \\ 6 & -20.577 & 47.476 & 0 & 0 & 0 & 3.963 & 178.158 & 3.963 & 0 & \\ 7 & -20.577 & 47.476 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.963 & 171.605 & 0 & \\ 8 & -47.476 & 0 & 47.476 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 195.586 & \\ 9 & -47.476 & 0 & 47.476 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 3.963 & \\ 10 & -47.476 & 0 & 47.476 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & \\ \vdots & & & & & & & & & & \\ 17 & & & & & & & & & & \end{bmatrix} 10^3$$

Condensación estática de la matriz rigidez del portico

$$\begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} := \left\{ \begin{array}{l} na \leftarrow np \\ nb \leftarrow ngl - np \\ Kaa \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, 1, na) \\ Kab \leftarrow \text{submatrix}(SS, 1, na, na + 1, ngl) \\ Kba \leftarrow Kab^T \\ Kbb \leftarrow \text{submatrix}(SS, na + 1, ngl, na + 1, ngl) \\ KL \leftarrow Kaa - Kab \cdot Kbb^{-1} \cdot Kba \\ \begin{bmatrix} Kab \\ Kaa \\ Kbb \\ KL \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$Kaa = \begin{bmatrix} 225498.436 & -158252.096 & 0 \\ -158252.096 & 316504.193 & -158252.096 \\ 0 & -158252.096 & 158252.096 \end{bmatrix}$$

$$Kbb = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \dots & 17 \\ 0 & 171.6054 & 3.9631 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & \\ 1 & 3.9631 & 178.1578 & 3.9631 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & \\ 2 & 0 & 3.9631 & 178.1578 & 3.9631 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & \\ 3 & 0 & 0 & 3.9631 & 178.1578 & 3.9631 & 0 & 0 & 0 & \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 3.9631 & 171.6054 & 0 & 0 & 0 & \\ 5 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 195.5861 & 3.9631 & 0 & \\ 6 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 3.9631 & 202.1385 & 3.9631 & \\ 7 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 3.9631 & 202.1385 & \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 47.91 & 0 & 0 & 0 & 3.9631 & \\ \vdots & & & & & & & & & \\ 17 & & & & & & & & & \end{bmatrix} 10^3$$

$$Kab = \begin{bmatrix} -20.5771 & -20.5771 & -20.5771 & -20.5771 & -20.5771 & -47.4756 & -47.4756 & -47.4756 & \dots & \\ 47.4756 & 47.4756 & 47.4756 & 47.4756 & 47.4756 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 47.4756 & 47.4756 & 47.4756 & \dots & \end{bmatrix} 10^3$$

Matriz Rigidez Lateral del portico $\# = 2$



$$KL = \begin{bmatrix} 162549.352 & -121632.1828 & 32896.204 \\ -121632.1828 & 151171.7987 & -63026.0427 \\ 32896.204 & -63026.0427 & 35677.5408 \end{bmatrix}$$

$$KLz := [KL_1 \quad KL \quad KL_1]$$

$$K_E := \sum_{j=1}^{\text{cols}(KLz)} KLz_{1,j}$$

$$K_E = \begin{bmatrix} 484547.0811 & -361886.9649 & 98598.6979 \\ -361886.9649 & 442275.7004 & -182100.6632 \\ 98598.6979 & -182100.6632 & 100422.0401 \end{bmatrix}$$

3.o) CÁLCULO DE LA MATRIZ MASA

$$M := \text{diag}(m) = \begin{bmatrix} 240 & 0 & 0 \\ 0 & 240 & 0 \\ 0 & 0 & 168 \end{bmatrix}$$

4.o) CÁLCULO DE LOS MODOS Y FRECUENCIAS

$$G := M^{-1} \cdot K_E \quad \omega_2 := \text{sort}(\text{eigenvals}(G)) = \begin{bmatrix} 41.042 \\ 669.642 \\ 3748.828 \end{bmatrix}$$

Frecuencias

$$\omega := \sqrt{\omega_2} = \begin{bmatrix} 6.4064 \\ 25.8774 \\ 61.2277 \end{bmatrix}$$

Periodos

$$T := \frac{2\pi}{\omega} = \begin{bmatrix} 0.9808 \\ 0.2428 \\ 0.1026 \end{bmatrix}$$

Modos

```

ϕ :=
  for i ∈ 1, 2 .. rows(T)
    ϕ(i) ← eigenvec(G, ω2,i,1)
  for j ∈ 1 .. rows(T)
    if max(ϕ(j)) > |min(ϕ(j))|
      n ← max(ϕ(j))
    else
      n ← min(ϕ(j))
    for k ∈ 1 .. rows(T)
      ϕk,j ← ϕk,j / n
  return ϕ

```

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.313 & -0.959 & -0.997 \\ 0.683 & -0.585 & 1 \\ 1 & 1 & -0.53 \end{bmatrix}$$



Normalizando los modos

$$\Phi := \begin{matrix} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\phi) \\ \left| \begin{matrix} \text{for } j \in 1 \dots \text{cols}(\phi) \\ \left| \begin{matrix} \phi_{i,j} \\ \Phi_{i,j} \leftarrow \frac{\phi_{i,j}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\text{rows}(m)} m_n \cdot \phi_{n,j}^2}} \end{matrix} \right. \end{matrix} \right. \end{matrix}$$

Se normaliza con respecto a su masa

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0179696 & -0.0441814 & -0.0434944 \\ 0.0392103 & -0.0269788 & 0.0436047 \\ 0.0573998 & 0.046087 & -0.0231004 \end{bmatrix}$$

5.o) DETERMINACIÓN DE LAS ECUACIONES DESACOPLADAS

$$[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi] \cdot [Z''] + [K] \cdot [\Phi] \cdot [Z] = -[M] \cdot [1] \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Por propiedad de ortogonalidad

Coficiente de participación modal

$$w2 := \Phi^T \cdot K_E \cdot \Phi = \begin{bmatrix} 41.0419 & 0 & 0 \\ 0 & 669.6419 & 0 \\ 0 & 0 & 3748.828 \end{bmatrix}$$

$$i := 1 \dots \text{rows}(m) \quad I_{i,1} := 1$$

Ecuación desacoplada sin amortiguación

$$\Gamma := \Phi^T \cdot M \cdot I = \begin{bmatrix} 23.3663 \\ -9.3358 \\ -3.8544 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \\ z_3'' \end{bmatrix} + w2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

Ecuación desacoplada con amortiguación

$$\xi := 5\%$$

$$w2 = \begin{bmatrix} 41.0419 & 0 & 0 \\ 0 & 669.6419 & 0 \\ 0 & 0 & 3748.828 \end{bmatrix}$$

$$\zeta := \begin{matrix} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \left| \begin{matrix} \zeta_{i,1} \leftarrow 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{w2_{i,i}} \end{matrix} \right. \end{matrix} \quad \zeta = \begin{bmatrix} 0.6406 \\ 2.5877 \\ 6.1228 \end{bmatrix}$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0.6406 \\ 2.5877 \\ 6.1228 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1'' \\ z_2'' \\ z_3'' \end{bmatrix} + \zeta \begin{bmatrix} z_1' \\ z_2' \\ z_3' \end{bmatrix} + w2 \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot \ddot{U}_s(t)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 23.3663 \\ -9.3358 \\ -3.8544 \end{bmatrix}$$

6.o) DETERMINACIÓN DE LOS MAXIMOS VALORES DE Zi

Cálculo de Sd de acuerdo a la norma Peruana E-0.30 2016 (Ayacucho - Carmen Alto)

Zona : 3	Z := 0.35	Irregularidad en elevación: Regular	I _a := 1
Suelo: S2	S := 1.15	Irregularidad en planta: Regular	I _p := 1
Categoría: C	U := 1	T _p := 0.6	
Sistema: Porticos	R ₀ := 8	T _l := 2	R := R ₀ · I _a · I _p = 8

Gravedad

$$a := 9.81$$



$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_d \\ z \end{bmatrix} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(T) \\ \quad T_f \leftarrow T_{i,1} \\ \quad \text{if } T_f < T_p \\ \quad \quad c \leftarrow 2.5 \\ \quad \text{else if } T_p < T_f < T_l \\ \quad \quad c \leftarrow 2.5 \frac{T_p}{T_f} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad c \leftarrow 2.5 \frac{T_p \cdot T_l}{T_f^2} \\ \quad \text{if } \frac{c}{R} \geq 0.125 \\ \quad \quad \xi \leftarrow \frac{c}{R} \\ \quad \text{else} \\ \quad \quad \xi \leftarrow 0.125 \\ \quad S_{a_{i,1}} \leftarrow Z \cdot U \cdot \xi \cdot S \cdot g \\ \quad S_{d_{i,1}} \leftarrow \frac{S_{a_{i,1}}}{\omega_{i,1}^2} \\ \quad z_{i,1} \leftarrow S_{d_{i,1}} \cdot |\Gamma_{i,1}| \\ \end{array} \begin{bmatrix} S_a \\ S_d \\ z \end{bmatrix}$$

Periodo:

$$T = \begin{bmatrix} 0.9808 \\ 0.2428 \\ 0.1026 \end{bmatrix}$$

Eigenvalores:

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 41.0419 \\ 669.6419 \\ 3748.828 \end{bmatrix}$$

Espectro de aceleración:

$$S_a = \begin{bmatrix} 0.7549 \\ 1.2339 \\ 1.2339 \end{bmatrix}$$

Espectro de desplazamiento:

$$S_d = \begin{bmatrix} 0.0184 \\ 0.0018 \\ 0.0003 \end{bmatrix}$$

Desplazamientos máximos :

$$z = \begin{bmatrix} 0.4298 \\ 0.0172 \\ 0.0013 \end{bmatrix}$$

7.o) DETERMINACIÓN DE LOS DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS DE LA ESTRUCTURA PARA CADA MODO

Desplazamientos traslacionales

$$D_t := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad D_t^{(i)} \leftarrow \Phi^{(i)} \cdot z_{i,1} \\ \end{array} D_t$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Modo 1} & \text{Modo 2} & \text{Modo 3} \\ D_t^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.0077228 \\ 0.0168513 \\ 0.0246685 \end{bmatrix} & D_t^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.00076 \\ -0.0004641 \\ 0.0007928 \end{bmatrix} & D_t^{(3)} = \begin{bmatrix} -0.0000552 \\ 0.0000553 \\ -0.0000293 \end{bmatrix} \end{array}$$

Desplazamientos Rotacionales

$$\theta := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\Phi) \\ \quad \theta^{(i)} \leftarrow -Kbb^{-1} \cdot Kab^T \cdot D_t^{(i)} \\ \text{return } \theta \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Modo 1} & \text{Modo 2} & \text{Modo 3} \\ \theta^{(1)} = \begin{bmatrix} -2.8926 \\ -2.7387 \\ -2.7427 \\ -2.7387 \\ -2.8926 \\ -2.7943 \\ -2.7314 \end{bmatrix} & 10^{-3} \theta^{(2)} = \begin{bmatrix} 1.1656 \\ 1.0749 \\ 1.0764 \\ 1.0749 \\ 1.1656 \\ -2.9291 \\ -2.8478 \end{bmatrix} & 10^{(3)} \theta^{(3)} = \begin{bmatrix} -0.1804 \\ -0.1744 \\ -0.1743 \\ -0.1744 \\ -0.1804 \\ -0.1245 \\ -0.1074 \end{bmatrix} \end{array} 10^{-4}$$



$$\begin{bmatrix} -2.7297 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -2.846 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -0.1084 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Desplazamientos totales para cada modo

$$\delta t := \begin{array}{l} \text{for } k \in 1 \dots \text{rows}(\Phi) \\ \quad \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(D_t) \\ \quad \quad \delta t_{i,k} \leftarrow D_{t_{i,k}} \\ \quad \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(\theta) \\ \quad \quad \quad \delta t_{j+np,k} \leftarrow \theta_{j,k} \\ \quad \text{return } \delta t \end{array}$$

$$\delta t^{(1)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ 16.8513 \\ 24.6685 \\ -2.8926 \\ -2.7387 \\ -2.7427 \\ -2.7387 \\ -2.8926 \\ -2.7943 \\ -2.7314 \\ -2.7297 \\ -2.7314 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad 10^{-3} \delta t^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.76 \\ -0.4641 \\ 0.7928 \\ 0.1166 \\ 0.1075 \\ 0.1076 \\ 0.1075 \\ 0.1166 \\ -0.2929 \\ -0.2848 \\ -0.2846 \\ -0.2848 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad 10^{-3} \delta t^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.76 \\ -0.4641 \\ 0.7928 \\ 0.1166 \\ 0.1075 \\ 0.1076 \\ 0.1075 \\ 0.1166 \\ -0.2929 \\ -0.2848 \\ -0.2846 \\ -0.2848 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad 10^{-3}$$

8.o) DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS EN CADA ELEMENTO

Deformaciones locales

$$\mu := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\delta t) \\ \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(VC) \\ \quad \quad \text{for } k \in 1 \dots \text{cols}(VC) \\ \quad \quad \quad r \leftarrow VC_{j,k} \\ \quad \quad \quad \text{if } r = 0 \\ \quad \quad \quad \quad \lambda_{k,1} \leftarrow 0 \\ \quad \quad \quad \text{else} \\ \quad \quad \quad \quad \lambda_{k,1} \leftarrow \delta t_{r,i} \\ \quad \quad \quad p^{(j)} \leftarrow \lambda \\ \quad \quad \quad q_{1,i} \leftarrow p \\ \quad \text{return } q \end{array}$$

$$F := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \text{cols}(\mu) \\ \quad d \leftarrow \mu_{1,i} \\ \quad \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(VC) \\ \quad \quad f_{j,i} \leftarrow Kc_j \cdot d^{(j)} \\ \quad \text{return } f \end{array}$$

- Elemento $n := 1$ Modo $\rho := 1$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 13449.2679 & -26898.5358 & -13449.2679 & -26898.5358 \\ -26898.5358 & 70536.1426 & 26898.5358 & 37058.0007 \\ -13449.2679 & 26898.5358 & 13449.2679 & 26898.5358 \\ -26898.5358 & 37058.0007 & 26898.5358 & 70536.1426 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0077 \\ -0.0029 \end{bmatrix}$$

Fuerzas

$$\begin{bmatrix} -26.0592 \end{bmatrix}$$



$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 100.5375 \\ 26.0592 \\ 3.6992 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 2$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 13449.2679 & -26898.5358 & -13449.2679 & -26898.5358 \\ -26898.5358 & 70536.1426 & 26898.5358 & 37058.0007 \\ -13449.2679 & 26898.5358 & 13449.2679 & 26898.5358 \\ -26898.5358 & 37058.0007 & 26898.5358 & 70536.1426 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7.7228 \\ -2.7387 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -30.1986 \\ 106.2404 \\ 30.1986 \\ 14.5541 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 3$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 13449.2679 & -26898.5358 & -13449.2679 & -26898.5358 \\ -26898.5358 & 70536.1426 & 26898.5358 & 37058.0007 \\ -13449.2679 & 26898.5358 & 13449.2679 & 26898.5358 \\ -26898.5358 & 37058.0007 & 26898.5358 & 70536.1426 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7.7228 \\ -2.7427 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -30.092 \\ 106.0936 \\ 30.092 \\ 14.2746 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 4$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 13449.2679 & -26898.5358 & -13449.2679 & -26898.5358 \\ -26898.5358 & 70536.1426 & 26898.5358 & 37058.0007 \\ -13449.2679 & 26898.5358 & 13449.2679 & 26898.5358 \\ -26898.5358 & 37058.0007 & 26898.5358 & 70536.1426 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7.7228 \\ -2.7387 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -30.1986 \\ 106.2404 \\ 30.1986 \\ 14.5541 \end{bmatrix}$$



- **Elemento** $n := 5$

Matriz Rigidez $K_c = \begin{bmatrix} 13449.2679 & -26898.5358 & -13449.2679 & -26898.5358 \\ -26898.5358 & 70536.1426 & 26898.5358 & 37058.0007 \\ -13449.2679 & 26898.5358 & 13449.2679 & 26898.5358 \\ -26898.5358 & 37058.0007 & 26898.5358 & 70536.1426 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7.7228 \\ -2.8926 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -26.0592 \\ 100.5375 \\ 26.0592 \\ 3.6992 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 6$

Matriz Rigidez $K_c = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.8926 \\ 16.8513 \\ -2.7943 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -18.9318 \\ 26.1079 \\ 18.9318 \\ 30.6876 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 7$

Matriz Rigidez $K_c = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.7387 \\ 16.8513 \\ -2.7314 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -29.2263 \\ 43.669 \\ 29.2263 \\ 44.01 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 8$

Matriz Rigidez $K_c = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$



Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.7427 \\ 16.8513 \\ -2.7297 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -29.1178 \\ 43.3748 \\ 29.1178 \\ 43.9786 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 9$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.7387 \\ 16.8513 \\ -2.7314 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -29.2263 \\ 43.669 \\ 29.2263 \\ 44.01 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 10$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.8926 \\ 16.8513 \\ -2.7943 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -18.9318 \\ 26.1079 \\ 18.9318 \\ 30.6876 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 11$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7943 \\ 24.6685 \\ -2.2662 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$[-7.1696]$$



$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -1.5533 \\ 7.1696 \\ 23.0622 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 12$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7314 \\ 24.6685 \\ -2.0725 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -19.3542 \\ 13.6764 \\ 19.3542 \\ 44.3861 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 13$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7297 \\ 24.6685 \\ -2.0806 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -19.0454 \\ 13.443 \\ 19.0454 \\ 43.6933 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 14$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7314 \\ 24.6685 \\ -2.0725 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -19.3542 \\ 13.6764 \\ 19.3542 \\ 44.3861 \end{bmatrix}$

- **Elemento** $n := 15$



Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 31650.4193 & -47475.6289 & -31650.4193 & -47475.6289 \\ -47475.6289 & 94516.8558 & 47475.6289 & 47910.0309 \\ -31650.4193 & 47475.6289 & 31650.4193 & 47475.6289 \\ -47475.6289 & 47910.0309 & 47475.6289 & 94516.8558 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7943 \\ 24.6685 \\ -2.2662 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -7.1696 \\ -1.5533 \\ 7.1696 \\ 23.0622 \end{bmatrix}$

• Elemento $n := 16$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.8926 \\ 7.7228 \\ -2.7387 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -29.8071 \\ 0 \\ -29.4086 \end{bmatrix}$

• Elemento $n := 17$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.7387 \\ 7.7228 \\ -2.7427 \end{bmatrix} 10^{-3}$

Fuerzas $F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -28.8144 \\ 0 \\ -28.8247 \end{bmatrix}$

• Elemento $n := 18$

Matriz Rigidez $Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$

Deformaciones $\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.7427 \\ 7.7228 \\ -2.7387 \end{bmatrix} 10^{-3}$



$$[-2.7387]$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -28.8247 \\ 0 \\ -28.8144 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 19$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 7.7228 \\ -2.7387 \\ 7.7228 \\ -2.8926 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -29.4086 \\ 0 \\ -29.8071 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 20$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7943 \\ 16.8513 \\ -2.7314 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -29.1342 \\ 0 \\ -28.9713 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 21$

Matriz Rigidez

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7314 \\ 16.8513 \\ -2.7297 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -28.7152 \\ 0 \\ -28.7108 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 22$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7297 \\ 16.8513 \\ -2.7314 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -28.7108 \\ 0 \\ -28.7152 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 23$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 16.8513 \\ -2.7314 \\ 16.8513 \\ -2.7943 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -28.9713 \\ 0 \\ -29.1342 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 24$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 24.6685 \\ -2.2662 \\ 24.6685 \\ -2.0725 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -23.0622 \\ 0 \\ -22.5607 \end{bmatrix}$$

- **Elemento** $n := 25$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 24.6685 \\ -2.0725 \\ 24.6685 \\ -2.0806 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$



$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} -21.8254 \\ 0 \\ -21.8466 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 26$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 24.6685 \\ -2.0806 \\ 24.6685 \\ -2.0725 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -21.8466 \\ 0 \\ -21.8254 \end{bmatrix}$$

- Elemento $n := 27$

Matriz Rigidez

$$Kc_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6552.3869 & 0 & 3963.1189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3963.1189 & 0 & 6552.3869 \end{bmatrix}$$

Deformaciones

$$\mu_{1,\rho}^{(n)} = \begin{bmatrix} 24.6685 \\ -2.0725 \\ 24.6685 \\ -2.2662 \end{bmatrix} 10^{-3}$$

Fuerzas

$$F_{n,\rho} = \begin{bmatrix} 0 \\ -22.5607 \\ 0 \\ -23.0622 \end{bmatrix}$$